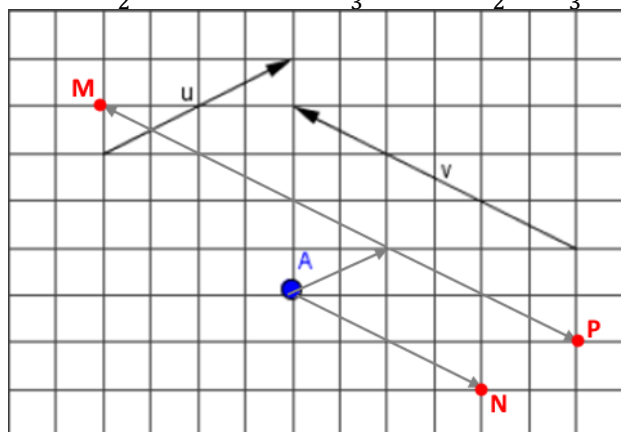


Produit d'un vecteur par un nombre - Corrigé

1 (Représenter $k \cdot \vec{u}$)

Placer les points M , N et P tel que :

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v}; \vec{AN} = -\frac{2}{3}\vec{v}; \vec{AP} = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{v}$$

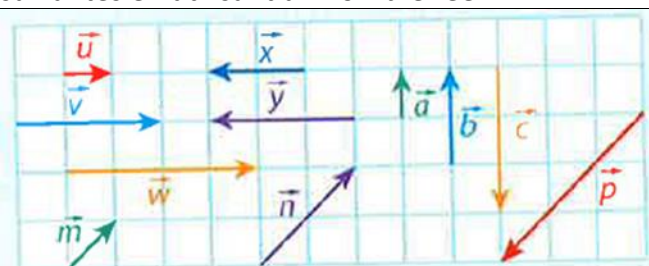


2 (Coordonnées)

- a. $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ b. $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$
 c. $3\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \times 1 \\ 3 \times (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \end{pmatrix}$ d. $-2\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \times (-3) \\ -2 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix}$
 e. $-\frac{1}{5}\vec{u} \begin{pmatrix} -0.2 \times 1 \\ -0.2 \times (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.2 \\ 0.8 \end{pmatrix}$
 f. $3\vec{u} - 2\vec{v} = 3\vec{u} + (-2\vec{v}) = \begin{pmatrix} 3+6 \\ -12-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -18 \end{pmatrix}$

3 (Lecture graphique)

Dans chacun des cas, compléter les égalités suivantes en utilisant un nombre réel.



- a) $\vec{v} = -3\vec{u}$ b) $\vec{y} = \frac{3}{2}\vec{x}$ c) $\vec{b} = -2\vec{a}$
 d) $\vec{n} = -2\vec{m}$ e) $\vec{u} = \frac{1}{4}\vec{w}$ f) $\vec{u} = -\frac{1}{3}\vec{y}$
 g) $\vec{b} = -\frac{2}{3}\vec{c}$ h) $\vec{m} = -\frac{1}{3}\vec{p}$ i) $\vec{w} = -\frac{4}{3}\vec{v}$
 j) $\vec{y} = -\frac{3}{4}\vec{w}$ k) $\vec{c} = -\frac{3}{2}\vec{b}$ l) $\vec{n} = -\frac{2}{3}\vec{p}$

4 (Droite graduée)

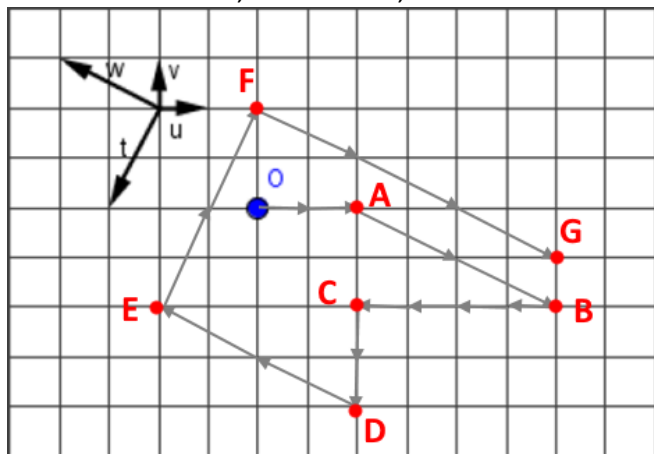
Sur une droite graduée, on a placé les points A , B , C , D et E . Dans chacun des cas trouver le nombre réel k tel que $\vec{v} = k \cdot \vec{u}$



- a. $\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{AE}$ b. $\vec{AD} = -\frac{1}{9}\vec{BE}$
 c. $\vec{EC} = \frac{4}{3}\vec{AB}$ d. $\vec{CD} = -\frac{3}{7}\vec{DE}$

5 (Circuit)

$$\vec{OA} = 2\vec{u}; \vec{AB} = -2\vec{w}; \vec{BC} = -4\vec{u}; \vec{CD} = -2\vec{v}; \vec{DE} = 2\vec{w}; \vec{EF} = -2\vec{t}; \vec{FG} = -3\vec{w}$$



- 2) $\vec{t} = -\vec{u} - 2\vec{v}$ et $\vec{w} = -2\vec{u} + \vec{v}$
 3) a. D'après la relation de Chasles :

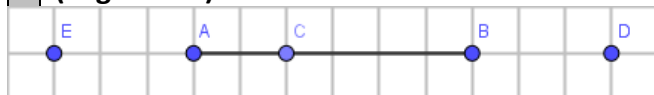
$$\begin{aligned} \vec{OG} &= \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF} + \vec{FG} \\ &= 2\vec{u} - 2\vec{w} - 4\vec{u} - 2\vec{v} + 2\vec{w} - 2\vec{t} - 3\vec{w} \\ &= -2\vec{u} - 2\vec{v} - 3\vec{w} - 2\vec{t} \\ &= -2\vec{u} - 2\vec{v} - 3(-2\vec{u} + \vec{v}) - 2(-\vec{u} - 2\vec{v}) \\ &= -2\vec{u} - 2\vec{v} + 6\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{u} + 4\vec{v} \\ &= 6\vec{u} - \vec{v} \end{aligned}$$

 b. Ok car les coordonnées de $\vec{OG}$ dans la base $(\vec{u}; \vec{v})$ sont bien $\vec{OG} \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$.

6 (Réduire)

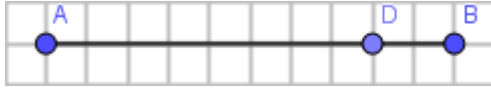
- a. $2(\vec{AB} + \vec{AC}) + \vec{CA} = 2\vec{AB} + 2\vec{AC} - \vec{AC} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$
 b. $5\vec{EF} - 3(\vec{AB} + \vec{EF}) + 2(\vec{AB} - \vec{EF}) = 5\vec{EF} - 3\vec{AB} - 3\vec{EF} + 2\vec{AB} - 2\vec{EF} = -\vec{AB} = \vec{BA}$
 c. $\vec{AB} + 2\vec{BC} + \vec{AB} = 2\vec{AB} + 2\vec{BC} = 2(\vec{AB} + \vec{BC}) = 2\vec{AC}$
 d. $3\vec{AE} + \vec{DE} - \vec{DF} + 3\vec{FA} = 3\vec{AE} + \vec{DE} + \vec{FD} + 3\vec{FA} = 3(\vec{FA} + \vec{AE}) + \vec{FD} + \vec{DE} = 3\vec{FE} + \vec{FE} = 4\vec{FE}$

7 (Segment 1)



$$\begin{aligned} \vec{AD} &= \frac{9}{6}\vec{AB} = \frac{3}{2}\vec{AB} = 1.5\vec{AB} \\ \vec{BE} &= -\frac{9}{6}\vec{AB} = -\frac{3}{2}\vec{AB} = -1.5\vec{AB} \\ \vec{CD} &= -\frac{7}{9}\vec{BE} \end{aligned}$$



8 (Segment 2)

$$\overrightarrow{DA} + 4\overrightarrow{DB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DA} + 4\overrightarrow{DA} + 4\overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{DA} + 4\overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

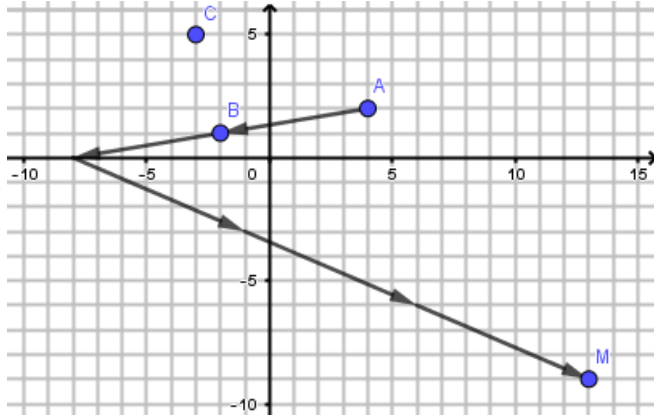
$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{DA} = -4\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow -5\overrightarrow{AD} = -4\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{-4}{-5}\overrightarrow{AB} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$$

9 (Dans un repère)

Soient les points $A(4; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(-3; 5)$ ainsi que le point $M(x; y)$ tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.



$$2) \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 4 \\ 1 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - 4 \\ 5 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \times (-6) - 3 \times (-7) \\ 2 \times (-1) - 3 \times 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$3) \text{ On cherche } M(x_M; y_M) \text{ tel que } \overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_M - 4 \\ y_M - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_M = 9 + 4 = 13 \\ y_M = -11 + 2 = -9 \end{cases}$$

$$y_M = -11 + 2 = -9$$

On obtient donc $M(13; -9)$

