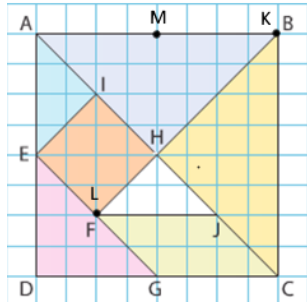


Vecteurs - Exercices

1 (Tangram)

Le Tangram est un jeu chinois qui est composé de différentes pièces :

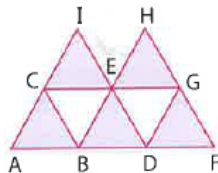
- Un carré
- Un parallélogramme
- Des triangles rectangles isocèles de différentes tailles.



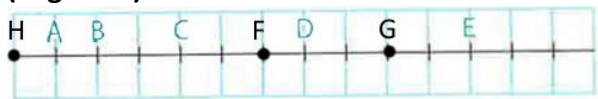
- $\overrightarrow{FC}$ car $FJCG$ est un parallélogramme.
 - $\overrightarrow{EH}$ car $EJHF$ est un parallélogramme.
 - $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{IE}$ ($HFEI$ parallélogramme)
Donc $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IE} = \overrightarrow{AE}$
 - $\overrightarrow{IH} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{IH} + \overrightarrow{HJ} = \overrightarrow{IJ}$
- $\overrightarrow{BH}$ ou $\overrightarrow{HD}$
 - $\overrightarrow{DJ}$
 - $\overrightarrow{BG}$
 - $\overrightarrow{HH} = \vec{0}$
- $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{FJ} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix};$
 $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FJ} = \begin{pmatrix} 2+4 \\ -2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$
 $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{FJ} = \begin{pmatrix} 0-4 \\ -8-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix}$
- Placer les points
 - $K = B$
 - $L = F$
 - M (voir Figure)

2 (Pavage)

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AE}$
- $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EC}$
- $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{AF}$
- $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{GD}$
- $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{HI} = \vec{0}$
- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{CH}$

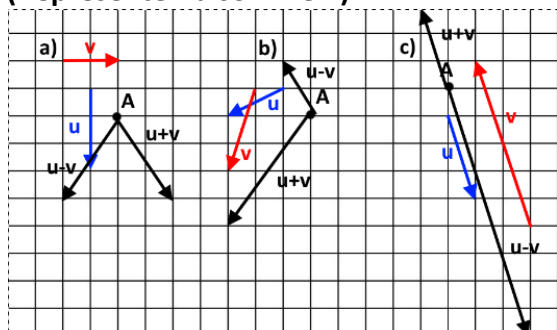


3 (Segment)

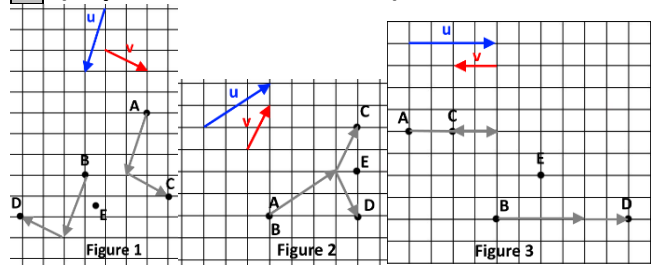


-
- $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{BA}$
 - $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

4 (Représenter la somme 1)



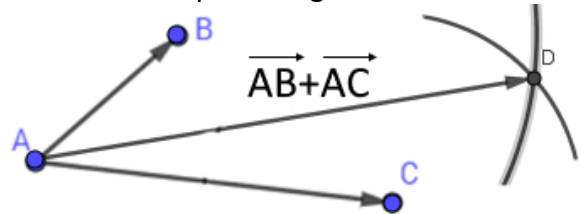
5 (Représenter la somme 2)



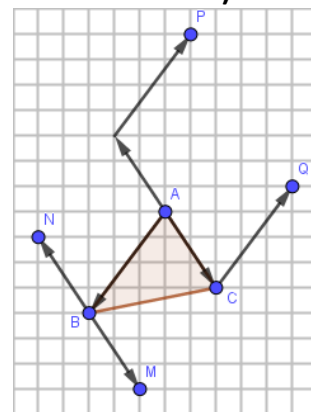
Note : Le point E est le milieu du segment $[ED]$

6 (Représenter la somme 3)

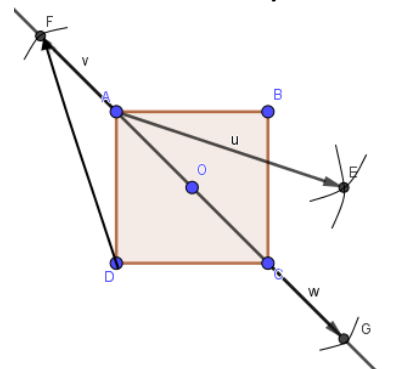
On construit le parallélogramme $ABDC$



7 (Représenter la somme 4)



8 (Représenter la somme 5)



- On est ramené à construire un parallélogramme à partir des côtés AO et AB .
- On trace la diagonale (AC) et on reporte la distance CO à partir de A
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ car $ABCD$ parallélogramme.
Donc $\vec{w} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AO}$. Donc on reporte la distance AO sur la diagonale à partir de C .

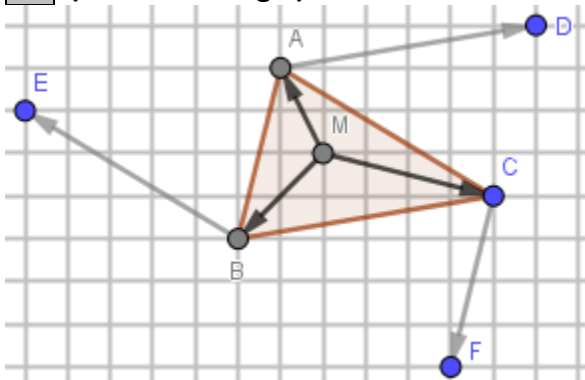
9 (Relation de Chasles 1)

- a. $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{AA} = \vec{0}$
 b. $\vec{v} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC} - \vec{BA}$
 $= \vec{AB} + \vec{CA} + \vec{BC} + \vec{AB}$
 $= \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{AB}$
 $= \vec{AB} + \vec{BB} = \vec{AB}$
 c. $\vec{w} = \vec{MA} - \vec{MB} - \vec{AB}$
 $\vec{w} = \vec{MA} + \vec{BM} + \vec{BA}$
 $\vec{w} = \vec{BM} + \vec{MA} + \vec{BA}$
 $\vec{w} = \vec{BA} + \vec{BA} = 2\vec{BA}$

10 (Relation de Chasles 2)

Simplifier les écritures suivantes :

- a. $\vec{AR} + \vec{BA} + \vec{RC} = \vec{BA} + \vec{AR} + \vec{RC} = \vec{BC}$
 b. $\vec{OW} + \vec{LO} + \vec{XL} = \vec{XL} + \vec{LO} + \vec{OW} = \vec{XW}$
 c. $\vec{PR} - \vec{PG} + \vec{RF} = \vec{GP} + \vec{PR} + \vec{RF} = \vec{GF}$
 d. $\vec{AB} - \vec{CD} - \vec{AC} = \vec{DC} - \vec{CA} + \vec{AB} = \vec{DB}$

11 (Dans un triangle)

- 2) $\vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF}$
 $= \vec{MA} + \vec{BC} + \vec{MB} + \vec{CA} + \vec{MC} + \vec{AB}$
 $= \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{AB}$
 $= \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{BB}$
 $= \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$

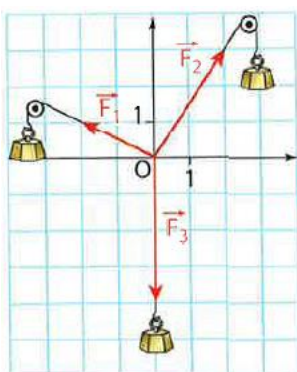
12 (Coordonnées – Calcul mental)

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{CD} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{EF} \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

- 1) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ 3+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ 10-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$.
 2) Ils sont égaux.

13 (Système à l'équilibre)

- 1) $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$.
 2) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$
 $= \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} -2+2+0 \\ 1+3-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0}$
 3) Le système est à l'équilibre

**14 (Calcul de coordonnées)**

$A(1; 3)$, $B(0; 4)$ et $C(5; 0)$.

1) On cherche le point $H(x_H; y_H)$ tel que :

$$\begin{pmatrix} x_H - x_A \\ y_H - y_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_H - x_B \\ y_H - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_H - 1 \\ y_H - 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_H \\ y_H - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 1 \\ 0 - 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_H - 1 = 4 \\ 2y_H - 7 = -3 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} 2x_H = 5 \\ 2y_H = 4 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} x_H = \frac{5}{2} = 2.5 \\ y_H = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

On a donc $H(2.5; 2)$

2) On cherche le point $M(x; y)$ tel que

$$\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x - x_B \\ y - y_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x - x_C \\ y - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y - 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x - 5 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 3x - 6 = 0 \\ 3y - 7 = 0 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} 3x = 6 \\ 3y = 7 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} x = \frac{6}{3} = 2 \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$$

On a donc $M(2; \frac{7}{3})$.

3) $ABCD$ soit un parallélogramme.

$$\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 4 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D - 5 \\ y_D \end{pmatrix}$$

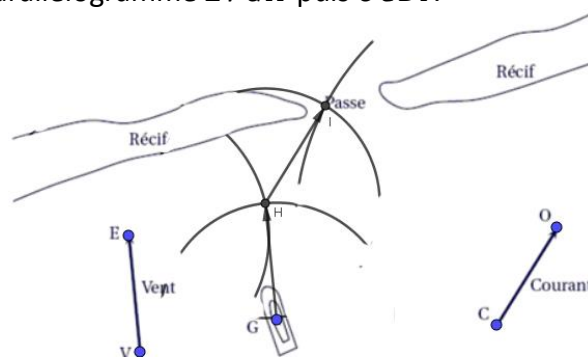
$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D - 5 \\ y_D \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_D = -1 + 5 = 4 \\ y_D = 1 \end{cases}$$

On a donc $D(4; 1)$

15 (Bateau)

Avec le compas on construit d'abord le parallélogramme $EVGH$ puis $OCDI$.



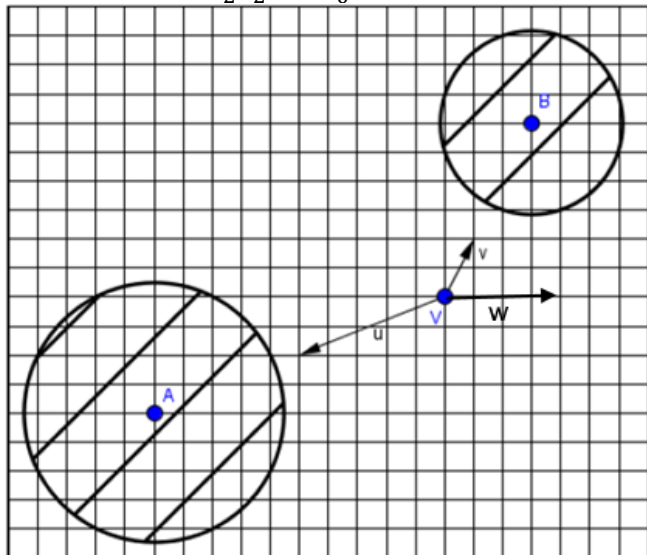
16 (Dans l'espace)

On a $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Le vaisseau doit exercer une force $\vec{w}$ tel que :

$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ donc tel que $\vec{w} = -\vec{u} - \vec{v}$

On a donc $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5-1 \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

**17 (Traversée)**

Le nageur va dans la direction du vecteur force obtenu en additionnant la force du courant et la force du nageur. On part donc du point d'arrivée A et on cherche le vecteur opposé à ce vecteur. Puis on trace la droite qui donne la direction de ce vecteur.

