

Chap N2 : Fractions

1 – Généralités

Définition 1 : Une **fraction** $\frac{a}{b}$ est le quotient de deux nombres entiers a et b avec $b \neq 0$.

Vocabulaire : a est appelée le **numérateur** et b le **dénominateur**.

Remarque : Une fraction ne possède pas toujours une écriture décimale.

Exemple 1 : • $\frac{3}{4}$ est une fraction dont l'écriture décimale est 0.75.

• $\frac{1}{3}$ est une fraction qui ne possède pas d'écriture décimale : $\frac{1}{3} = 0.3333 \dots$

Propriété 1 : Lorsqu'on **multiplie** (ou **divise**) le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un nombre différent de 0, alors on obtient une fraction égale.

Remarque : On utilise cette propriété pour **simplifier** des fractions c'est-à-dire trouver la fraction égale avec le numérateur et le dénominateur le plus petit possible.

Exemple 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$$\bullet \frac{150}{250} = \frac{150 \div 10}{250 \div 10} = \frac{15}{25} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \frac{3}{5}$$

$$\bullet \frac{28}{42} = \frac{28 \div 2}{42 \div 2} = \frac{14}{21} = \frac{14 \div 7}{21 \div 7} = \frac{2}{3}$$

$$\bullet \frac{60}{84} = \frac{6 \times 10}{2 \times 42} = \frac{2 \times 3 \times 10}{2 \times 42} = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 5}{2 \times 2 \times 21} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{7}$$

Exemple 3 : Donner sans calculatrice une écriture décimale des fractions suivantes

$$\bullet \frac{3}{25} = \frac{3 \times 4}{25 \times 4} = \frac{12}{100} = 0.12$$

$$\bullet \frac{14}{20} = \frac{14 \times 5}{20 \times 5} = \frac{70}{100} = 0.7$$

Propriété 2 : Si deux fractions ont le **même dénominateur** alors la plus petite est celle qui le plus petit numérateur.

Remarque : Pour comparer deux fractions on commence par les « mettre au même dénominateur » en utilisant la propriété précédente.

Exemple 3 : Comparer les fractions suivantes :

$$\bullet \frac{4}{5} \text{ et } \frac{18}{25} : \frac{4}{5} = \frac{4 \times 5}{5 \times 5} = \frac{20}{25} \text{ Comme } 18 < 20, \text{ on a } \frac{18}{25} < \frac{20}{25} \text{ et donc } \frac{18}{25} < \frac{4}{5}.$$

$$\bullet \frac{11}{3} \text{ et } 4 : 4 = \frac{4}{1} = \frac{4 \times 3}{1 \times 3} = \frac{12}{3}. \text{ Comme } 11 < 12, \text{ on a donc } \frac{11}{3} < \frac{12}{3} \text{ et donc } \frac{11}{3} < 4.$$

$$\bullet \frac{3}{5} \text{ et } \frac{5}{7} : \text{ On multiplie chacune des fractions par le dénominateur de l'autre : }$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35} \text{ et } \frac{5}{7} = \frac{5 \times 5}{7 \times 5} = \frac{25}{35}. \text{ Comme } 21 < 25, \text{ on a donc } \frac{21}{35} < \frac{25}{35} \text{ et donc } \frac{3}{5} < \frac{5}{7}.$$



2 – Addition et Soustraction

Propriété 3 : Pour **additionner** (ou **soustraire**) deux fractions de **même dénominateur**, on garde leur dénominateur commun et on additionne (ou soustrait) leurs numérateurs.

Remarque : Pour pouvoir additionner ou soustraire deux fractions, il faut le **même dénominateur**. Si ce n'est pas le cas on commence par trouver un dénominateur commun.

Exemple 4 : Calculer les fractions suivantes.

$$\bullet \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\bullet \frac{8}{9} - \frac{1}{9} = \frac{8-1}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\bullet \frac{3}{10} + \frac{7}{20} = \frac{2 \times 3}{2 \times 10} + \frac{7}{20} = \frac{6}{20} + \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$$

$$\bullet 2 - \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\bullet \frac{4}{5} + \frac{2}{7} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} + \frac{2 \times 5}{7 \times 5} = \frac{28}{35} + \frac{10}{35} = \frac{38}{35}$$

$$\bullet \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

3 – Multiplication

Propriété 4 : Pour **multiplier** deux fractions on multiplie entre eux leurs numérateurs et leurs dénominateurs.

Remarque : Pour multiplier deux fractions, il n'est pas nécessaire de les mettre au même dénominateur. On peut par contre simplifier les facteurs communs avant de faire les calculs.

Exemple 5 : Calculer les fractions suivantes.

$$\bullet \frac{8}{7} \times \frac{9}{11} = \frac{8 \times 9}{7 \times 11} = \frac{72}{77}$$

$$\bullet 5 \times \frac{11}{3} = \frac{5}{1} \times \frac{11}{3} = \frac{55}{3}$$

$$\bullet \frac{8}{9} \times \frac{45}{12} = \frac{8 \times 45}{9 \times 12} = \frac{2 \times 4 \times 9 \times 5}{9 \times 3 \times 4} = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\bullet \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 5} = \frac{16}{25}$$

Exemple 6 : Lors d'un anniversaire, un invité demande les deux-tiers du quart du gâteau.

De quelle portion du gâteau est-il question ?

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}. \text{ Notre invité souhaite avoir un sixième du gâteau.}$$



4 – Inverse et division

Définition 2 : L'**inverse** d'un nombre a non nul est le nombre b tel que $a \times b = 1$

Exemple 7 : Déterminer l'inverse des nombres suivants :

- L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$ car $3 \times \frac{1}{3} = 1$.
- L'inverse de 0.5 est 2 car $0.5 \times 2 = 1$.
- L'inverse de $\frac{1}{5}$ est 5 car $\frac{1}{5} \times 5 = 1$.
- L'inverse de $\frac{5}{7}$ est $\frac{7}{5}$ car $\frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = 1$.

Remarques :

- L'inverse d'un nombre a non nul est donné par la formule $\frac{1}{a}$.
- L'inverse de a ne doit pas être confondu avec l'opposé de a qui vaut $-a$
- L'inverse d'une fraction est la fraction obtenue en inversant numérateur et dénominateur.

Propriété 5 : Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.

Exemple 8 : Transformer les divisions suivantes en multiplications puis calculer.

- $14 \div 2 = 14 \times \frac{1}{2} = 7$
- $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{35}$

Remarque : Pour diviser par une fraction, on multiplie donc par la fraction inverse

Exemple 9 : Calculer les fractions suivantes :

- $\frac{2}{9} \div \frac{7}{11} = \frac{2}{9} \times \frac{11}{7} = \frac{22}{63}$
- $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$
- $\frac{\frac{9}{7}}{\frac{5}{1}} = \frac{9}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{9 \times 1}{7 \times 5} = \frac{9}{35}$
- $\frac{\frac{3}{10}}{\frac{11}{11}} = \frac{3}{10} \times \frac{11}{1} = \frac{3 \times 11}{1 \times 10} = \frac{33}{10}$

5 – Chaîne de calculs

Dans une chaîne de calculs avec des fractions on commence par les calculs situés au numérateurs et au dénominateurs en respectant la priorité des opérations.

Exemple 10 : Calculer les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1 \times 1}{3 \times 4}$$

$$A = \frac{1 \times 6}{2 \times 6} + \frac{1}{12}$$

$$A = \frac{6}{12} + \frac{1}{12}$$

$$A = \frac{7}{12}$$

$$B = \frac{2+3}{7-5} \div \left(\frac{15}{3} \times \frac{1}{2} \right)$$

$$B = \frac{5}{2} \div \frac{15 \times 1}{3 \times 2}$$

$$B = \frac{5}{2} \div \frac{15}{6}$$

$$B = \frac{5}{2} \times \frac{6}{15}$$

$$B = \frac{30}{30} = 1$$

