

Chap G3 : Triangles

1 – Construire un triangle

Définition 1 : Un triangle est un **polygône** qui possède 3 côtés et 3 sommets (angles).

Remarque : Pour pouvoir construire un triangle, il faut 3 données dont au moins la longueur d'un des côtés.

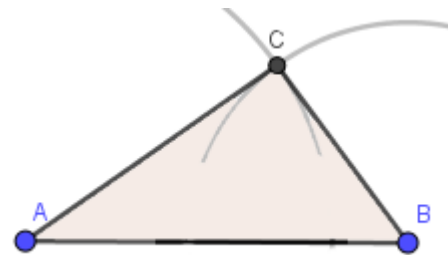
Exemple 1 : Avec la longueur des 3 côtés.

Construire le triangle ABC tel que :

$$AB = 5 \text{ cm} ; AC = 4 \text{ cm} ; BC = 3 \text{ cm}$$

Méthode : Avec le **compas**.

1. On trace un des côtés.
2. On reporte la mesure des 2 autres côtés avec le compas pour avoir le 3^{ème} point.



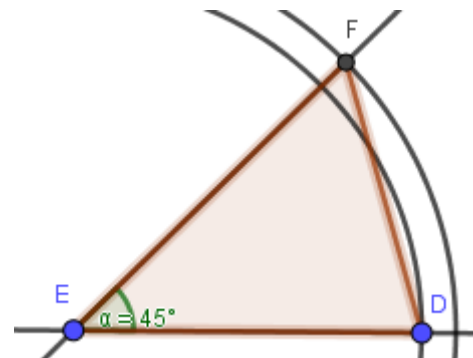
Exemple 2 : Avec la longueur de 2 côtés et la mesure d'un angle (celui formé par les côtés)

Construire le triangle DEF tel que :

$$DE = 4.5 \text{ cm} ; EF = 5 \text{ cm} ; \widehat{DEF} = 45^\circ$$

Méthode : Avec le **rapporteur**.

1. On trace d'abord l'angle.
2. On y reporte les mesures des 2 côtés.
3. On trace le 3^{ème} côté.



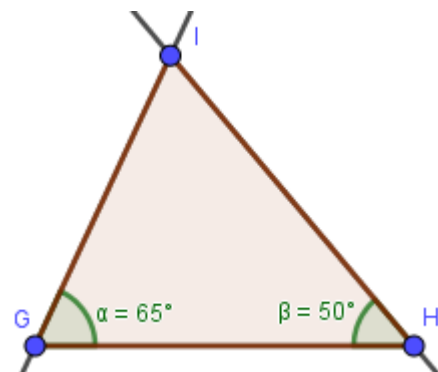
Exemple 3 : Avec la longueur d'un côté et la mesure de 2 angles (ceux adjacents au côté)

Construire le triangle GHI tel que :

$$GH = 5 \text{ cm} ; \widehat{IGH} = 65^\circ ; \widehat{GHI} = 50^\circ$$

Méthode : Avec le **rapporteur**.

1. On trace le côté.
2. Avec le rapporteur on trace les 2 angles qui se coupent en un 3^{ème} point.



Remarque : Il y a une infinité de triangles possibles avec 3 angles donnés.

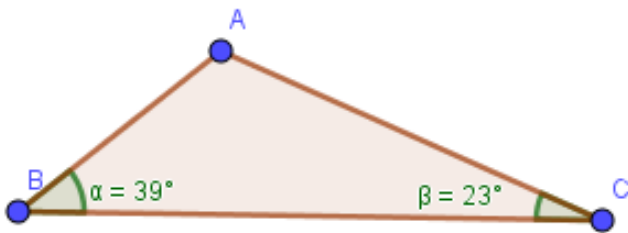


2 – Propriétés sur les triangles

a. Somme des angles

Propriété 1 : La **somme** de la mesure des angles d'un triangle est égal à 180° .

Exemple 4 : Soit le triangle ABC dessiné ci-dessous. Calculer la mesure de l'angle manquant.



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{A} + 39^\circ + 23^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{A} + 62^\circ = 180^\circ$$

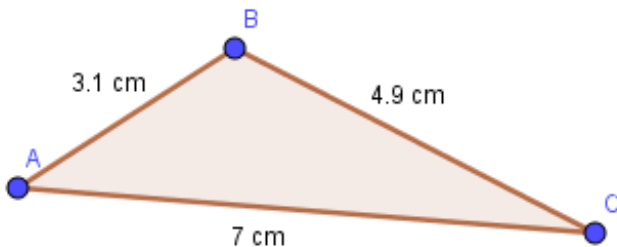
$$\hat{A} = 180^\circ - 62^\circ$$

$$\hat{A} = 118^\circ$$

b. Inégalité triangulaire

Propriété 2 : Dans un triangle, la longueur de chaque côté est **inférieure** à la somme des deux autres côtés.

Exemple 5 : Vérifier les trois inégalités triangulaires dans le triangle ABC ci-dessous.



$$\bullet AC < AB + BC \rightarrow 7 < \underbrace{3.1 + 4.9}_8$$

$$\bullet AB < AC + CB \rightarrow 3.1 < \underbrace{7 + 4.9}_{13.9}$$

$$\bullet BC < BA + AC \rightarrow 4.9 < \underbrace{3.1 + 7}_{10.1}$$

Remarques :

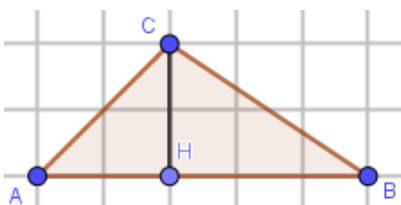
- Si on a l'égalité $AB = AC + CB$, alors les points A , B et C sont **alignés**
- $AB > AC + CB$ est impossible. Dans ce cas, le triangle ABC n'est pas constructible.

c. Aire d'un triangle

Propriété 3 : L'aire d'un triangle est donné par la formule :

$$Aire = \frac{Base \times hauteur}{2}$$

Exemple 6 : Calculer l'aire du triangle ABC ci-dessous.



$$Aire = \frac{AB \times HC}{2} = \frac{2 \times 5}{2} = 5 \text{ u. a.}$$

L'aire du triangle ABC est égal à 5 carreaux



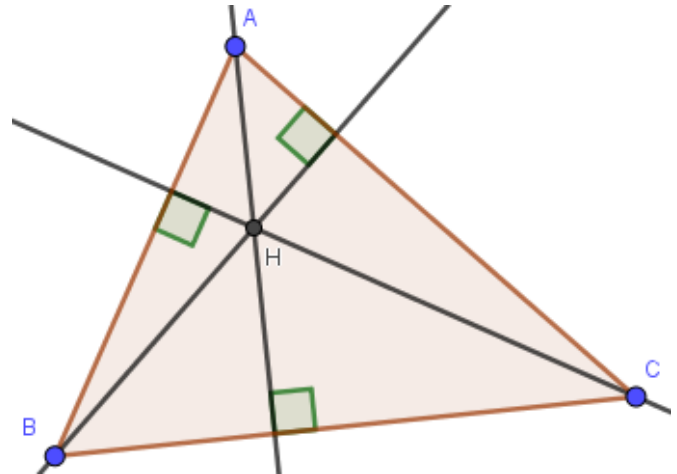
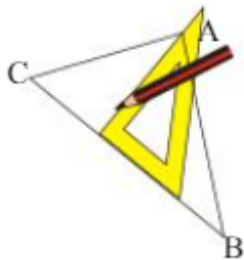
3 – Droites remarquables

a. Hauteurs

Définition 2 : Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.

Exemple 7 : Tracer les trois hauteurs du triangle ABC ci-dessous.

Méthode : Pour tracer une hauteur, on utilise l'équerre :



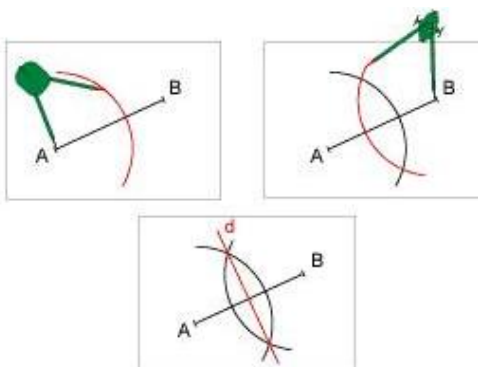
Remarque : Les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé **l'orthocentre**.

b. Médiatrices

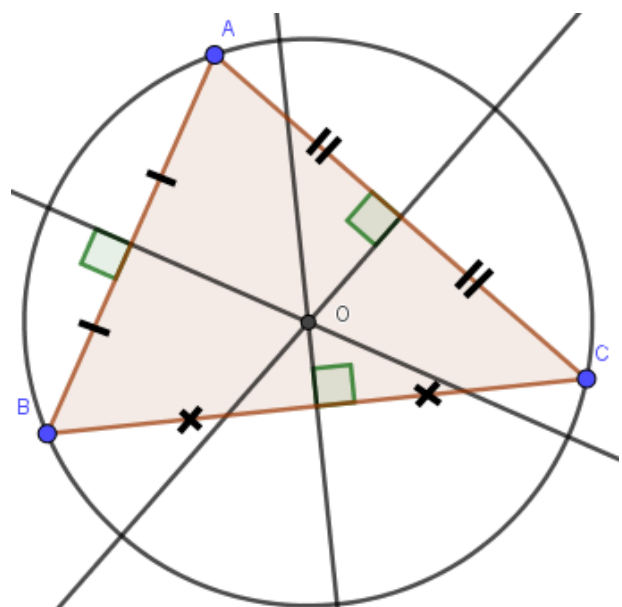
Définition 3 : Dans un triangle, une **médiatrice** est une droite qui coupe un des côtés du triangle perpendiculairement et en son milieu.

Exemple 8 : Tracer les trois médiatrices du triangle ABC ci-dessous.

Méthode : Pour tracer une médiatrice, on utilise le compas :



Le compas doit garder le même écartement (un écartement supérieur à $\frac{1}{2} AB$).



Remarque : Les trois médiatrices sont concourantes en un point qui est le centre du **cercle circonscrit** au triangle



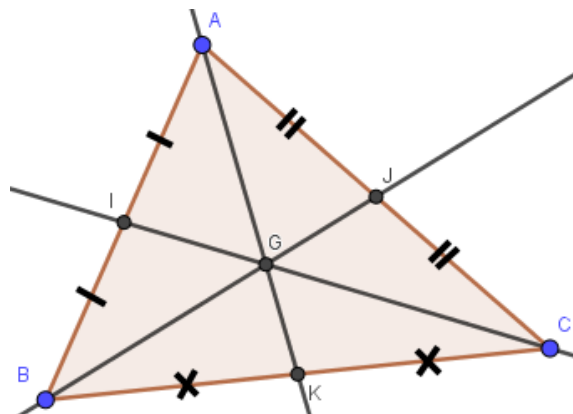
c. Médiannes

Définition 4 : Dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé

Exemple 9 : Tracer les trois médianes du triangle ABC ci-dessous.

Méthode : Pour tracer une médiane :

On trouve le milieu du côté soit avec la règle graduée soit en utilisant le compas avec la même méthode que pour la médiatrice.



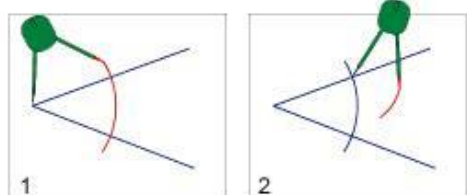
Remarque : Les trois médianes sont concourantes en un point appelé **le centre de gravité**. C'est le point sur lequel on peut faire tenir le triangle en équilibre.

d. Bissectrices

Définition 5 : Dans un triangle, une **bissectrice** est une droite qui coupe un des angles du triangle en deux angles égaux.

Exemple 10 : Tracer les trois bissectrices du triangle ABC ci-dessous.

Méthode : Pour tracer une bissectrice, on utilise **le compas** :



Les deux arcs construits en 2 et 3 doivent avoir le même rayon. Ce rayon peut être différent du rayon utilisé en 1.

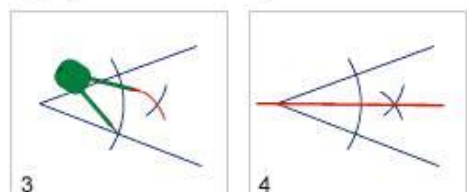
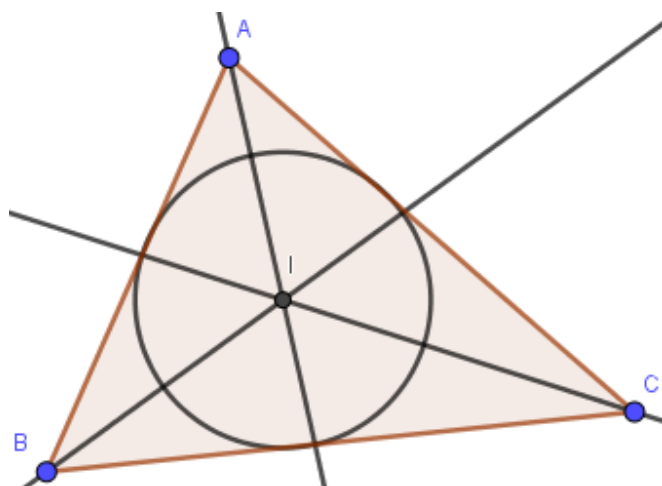


Figure 3



Remarque : Les trois bissectrices sont concourantes en un point qui est le centre du **cercle inscrit** au triangle.



e. Droite d'Euler

Propriété 3 : Dans un triangle, l'orthocentre, le centre de gravité et le centre du cercle circonscrit sont alignés.

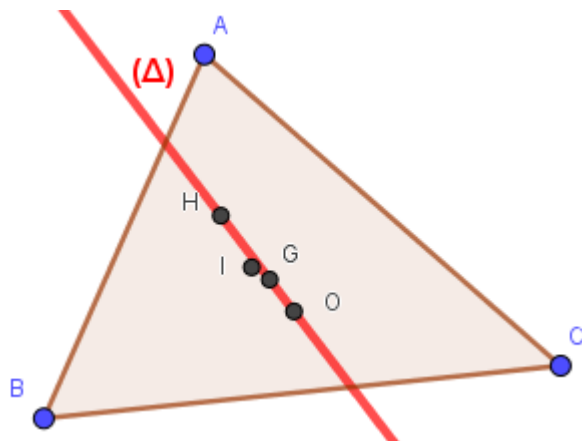
Vocabulaire : La droite qui passe par ces trois points est appelée la **droite d'Euler**.

Exemple 11 : Dans le triangle ABC ci-dessous, on a placé l'orthocentre (H), le centre de gravité (G), le centre du cercle circonscrit (O) et le centre du cercle inscrit (I).

1) Que remarque t-on ?

G , H et O sont alignés, mais pas avec I .

2) Tracer la droite d'Euler (Δ).



Remarque : Dans le cas où le triangle est isocèle, la droite d'Euler passe aussi par le centre du cercle inscrit. Dans ce cas cette droite est un axe de symétrie du triangle ABC .

