

Fiche ____ : La notion de limite

1 – Limite infinie

Définition 1 :

-
-

Vocabulaire : On dit dans ce cas que la suite « **tend vers** $+\infty$ ou $-\infty$ ».

Explication : Dire qu'une suite tend vers l'infini signifie que les termes de la suite dépassent, à partir d'un certain rang, n'importe quelle valeur A fixé à l'avance.

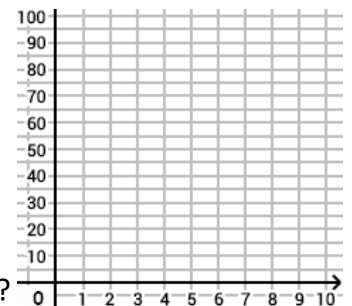
Exemple 1 : Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2$

1) Calculer les premiers termes de la suite (u_n) .

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n											

2) Dans le repère ci-contre, représenter le suite (u_n) .

3) Que se passe-t-il lorsque n devient de plus en plus grand ? Quelle est sa limite ?



4) Dans le tableur, quelle formule doit-on entrer dans la cellule B2, pour calculer les termes de la suite u_n à l'aide du recopiage automatique ? _____

5) Déterminer le rang à partir duquel tous les termes sont :

• Supérieur à $A = 100$: _____ • Supérieur à $A = 1000$: _____

• Supérieur à $A = 10000$: _____ • Supérieur à $A = 100000$: _____

6) Compléter puis exécuter l'algorithme suivant afin que celui-ci affiche le rang à partir duquel tous les termes de la suite seront supérieurs à $A = 100\,000$.

	A	B
1	n	u_n
2	30	900
3	31	961
4	32	1024
5	33	1089
6	...	...
7	99	9801
8	100	10000
9	...	...
10	314	98596
11	315	99225
12	316	99856
13	317	100489

Algorithme

Variables : n, u

$n \leftarrow _$

$u \leftarrow _$

Tant que _____ Faire

$n \leftarrow _$

$u \leftarrow _$

Fin Tant que

Afficher _____

Exécution

Programme Python

```
from math import*

n=0
u=0
while u<100000 :
    n=n+1
    u=n**2
print(n)
```



2 – Limite finie

Définition 2 :

Remarque : Dire que la distance entre u_n et l est inférieure à ε s'écrit¹ $|u_n - l| < \varepsilon$

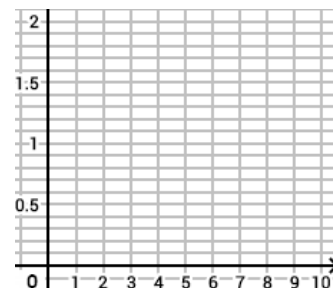
Vocabulaire : On dit dans ce cas que la suite « **tend vers** l ».

Explication : Dire qu'une suite tend vers l signifie, qu'à partir d'un certain rang, les termes de la suite se rapproche aussi proche que l'on veut de l , à une distance inférieure à n'importe quel écart ε fixé à l'avance.

Exemple 2 : Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par $u_n = \frac{4n-1}{2n}$

1) A l'aide de la calculatrice, calculer les premiers termes de la suite (u_n) .

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n										



2) Dans le repère ci-contre, représenter la suite (u_n) .

3) Que se passe-t-il lorsque n devient de plus en plus grand ? Quel est sa limite ?

4) Dans le tableur, quelle formule doit-on entrer dans la cellule B2, pour calculer les termes de la suites u_n à l'aide du recopiage automatique ?

	A	B
1	n	u_n
2	46	1,9891304
3	47	1,9893617
4	48	1,9895833
5	49	1,9897959
6	50	1,99
7	51	1,9901961
8	52	1,9903846

5) Déterminer le rang à partir duquel tous les termes sont distant de la limite de :

- Moins de $\varepsilon = \frac{1}{10}$: _____
- Moins de $\varepsilon = \frac{1}{100}$: _____

6) Calculer la distance entre u_{46} et sa limite (arrondie à 10^{-4} près)

7) Compléter puis exécuter l'algorithme suivant afin que celui-ci affiche le rang à partir duquel tous les termes de la suite seront distant de moins de $\varepsilon = \frac{1}{100}$ de la limite.

Algorithme

```
Variables : n, u
n ← _
u ← _
Tant que _____ Faire
    n ← _____
    u ← _____
Fin Tant que
Afficher _
```

Exécution

Programme Python

```
from math import*

n=1
u=1.5
while abs(u-2)>=0.01 :
    n=n+1
    u=(4*n-1)/(2*n)
print(n)

# Attention aux parenthèses
```

¹ $|x|$ désigne la **valeur absolue** de x : $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

