

Fiche A3.2 : Formules de la dérivation

1 – Dérivées des fonctions usuelles

Fonction f	Fonction dérivée f'	Intervalle de dérivabilité
$f(x) = c$ (constante)		
$f(x) = x$		
$f(x) = ax + b$		
$f(x) = x^2$		
$f(x) = x^3$		
$f(x) = x^n$ (avec n entier, $n \geq 2$)		
$f(x) = \frac{1}{x}$		
$f(x) = \sqrt{x}$		
$f(x) = x $		
$f(x) = \exp(x) = e^x$		
$f(x) = \cos(x)$		
$f(x) = \sin(x)$		

Remarques :

- La fonction inverse n'est pas dérivable en 0, car elle n'est pas définie en ce nombre.
- La fonction racine carré n'est pas dérivable en 0, la tangente T_0 à sa courbe en 0 est verticale, et ne possède donc pas de coefficient directeur.
- La fonction valeur absolue n'est pas dérivable en 0, car elle n'admet pas de tangente T_0 .

2 – Dérivées et opérations

On considère deux fonctions u et v dérivables sur un intervalle I et k une constante réelle.

Fonction f	Fonction dérivée f'	Intervalle de dérivabilité
$f = u + v$		
$f = k \times u$		
$f = u \times v$		
$f = \frac{1}{v}$		
$f = \frac{1}{v}$		



3 – Dérivées et composées

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I à valeurs dans un intervalle J et g une fonction définie sur J

Définition 1 : On appelle **composée** de g et u , la fonction notée $g \circ u$ définie pour tout x de I par :

$$g \circ u(x) = g(u(x))$$

Remarques :

- Une fonction composée est construite en imbriquant une fonction u dans une autre fonction g .
- On a alors le schéma suivant qui donne les étapes de cette construction :

$$\begin{array}{ccccc} g \circ u : I & \xrightarrow{u} & J & \xrightarrow{g} & \mathbb{R} \\ & & x \mapsto u(x) & \mapsto & g(u(x)) \end{array}$$

- Les fonctions $g \circ u$ et $u \circ g$ ne sont pas égales.

Exemple 1 : Soit $u(x) = 3x + 5$ et $g(x) = e^x$.

- $g \circ u(x) =$
- $u \circ g(x) =$

Propriété 1 : Si u est dérivable sur I et g est dérivable sur J , alors la composée de g et u est dérivable sur I et on a pour tout x de I on a donc $(g \circ u)'(x) = u'(x) \times g'(u(x))$

Remarque : On obtient alors un autre tableau avec de nouvelles formules, en appliquant la propriété précédente avec pour g les fonctions $x \mapsto e^x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^n$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto \cos(x)$ et $x \mapsto \sin(x)$.

Fonction f	Fonction dérivée f'	Intervalle de dérivabilité
$f = e^u$		
$f = u^2$		
$f = u^n$		
$f = \sqrt{u}$		
$f = \cos(u)$		
$f = \sin(u)$		

Exemple 2 : Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

- $f(x) = e^{3-2x}$:
- $f(x) = e^{x^2+3x+5}$:
- $f(x) = \sqrt{x^2+1}$:
- $f(x) = \cos^2(x)$:
- $f(x) = \cos(x^2)$:
- $f(x) = (2x+1)^3$:

