

Fiche F2.1 : Fonctions numériques

1 – La notion de fonction

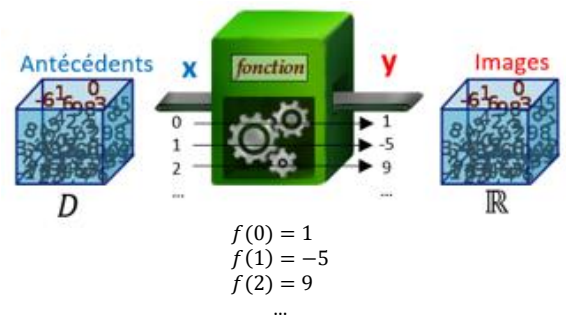
Définition 1 : Une fonction numérique f est un procédé mathématique qui permet d'associer à **tout** nombre x d'un ensemble D de nombres réels, un **unique** nombre y , noté $f(x)$.

Remarques :

- Pour dire que y est associé à x on peut noter $x \mapsto y$ ou bien $f(x) = y$
- On dit alors que y est l'**image** de x et que x est un **antécédent** de y .
- L'image d'un nombre est **unique**, mais un nombre peut avoir **un, plusieurs, ou aucun** antécédent(s).
- D est appelé **l'ensemble de définition**. Il s'agit souvent d'un intervalle ou bien de l'ensemble $\mathbb{R}$.

Figure 1 : La fonction vue comme une « machine »

Une fonction peut être vue comme une machine à transformer les nombres : Les nombres qui entrent dans la machine sont les « antécédents » et chacun d'entre eux sont transformés par une succession d'opérations mathématiques en une « image » qui est le résultat de cette transformation.



Exemple 1 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f: x \rightarrow 2x^2 - 5$

1) Ecrire le programme de calcul qui correspond à cette fonction

Choisir un nombre
Elever ce nombre au carré
Multiplier par 2
Enlever 8

2) Calculer l'image de 1 par f .

On remplace x par 1 dans la formule.

$$f(1) = 2 \times 1^2 - 5 = -2.$$

L'image de 1 par f est -2 .

3) Déterminer $f(-5)$

$$f(-5) = 2 \times (-5)^2 - 5 = 2 \times 25 - 5 = 50 - 5 = 45$$

4) Calculer le(s) antécédent(s) du nombre 3 par f .

On résout l'équation $f(x) = 3$

$$2x^2 - 5 = 3 \text{ donc } 2x^2 = 3 + 5 \text{ donc } 2x^2 = 8 \text{ donc } x^2 = \frac{8}{2} \text{ donc } x^2 = 4$$

Or $x^2 = 4$ est vraie si seulement si $x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -\sqrt{4} = -2$

Donc 3 admet deux antécédents par f qui sont -2 et 2

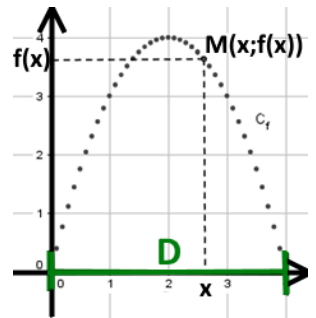


2 – Courbe représentative d'une fonction

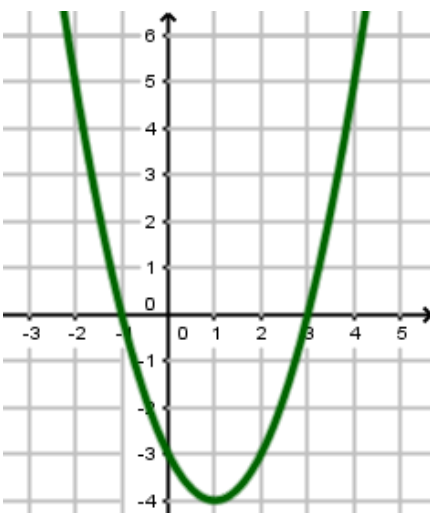
Définition 2 : Dans un repère, la **courbe** d'une fonction f est l'ensemble des points M qui sont de coordonnées $M(x, f(x))$ avec $x \in D$.

Remarques :

- Dans un repère, les antécédents sont placés sur l'axe des abscisses ($\rightarrow$) et les images sur l'axe des ordonnées ($\uparrow$).
- Pour tracer une courbe, on peut commencer par réaliser un **tableau de valeurs**, puis on place les points de coordonnées (*antécédent* ; *image*)
- On peut utiliser la **calculatrice** pour obtenir rapidement différentes valeurs.



Exemple 2 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par la courbe ci-contre.



- 1) Lire graphiquement l'image de 2 par f :
L'image de 2 par f est -3
- 2) Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) par f
 - a. Du nombre 5 : -2 et 4
 - b. Du nombre -5 : *Aucun antécédent*
 - c. Du nombre -4 : 1
- 3) Compléter les égalités suivantes :

a. $f(4) = 5$	b. $f(-1) = 0$
c. $f(0) = -3$	d. $f(1) = -4$

Exemple 3 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 4$.

- 1) Réaliser un tableau de valeurs de f entre -2 et 4 par pas de 1.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	4	-1	-4	-6	-4	-1	4

- 2) Tracer dans le repère ci-contre la courbe représentative de f .

- 3) Le point $A(0.5 ; -4.5)$ appartient-il à la courbe de f ?

$$f(0.5) = 0.5^2 - 2 \times 0.5 - 4 = 0.25 - 1 - 4 = -4.75$$

$$\text{Donc } f(0.5) \neq -4.5$$

Donc le point A n'appartient pas à la courbe de f

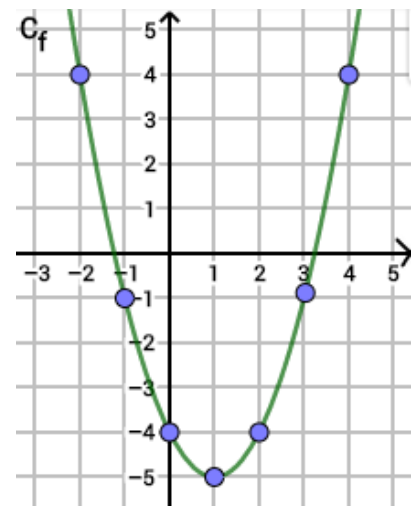


Figure 2 : Des fonctions sous plusieurs formes

Une fonction peut se présenter sous plusieurs formes :

Une formule, une courbe, un tableau, un algorithme.

Parfois, on peut être amené à utiliser plusieurs mode de représentation d'une même fonction.

