

Fiche F2.3 : Fonctions affines

1 – Définition

Définition 1 : On appelle **fonction affine** toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b$, où a et b sont des nombres réels.

Exemple 1 : $f(x) = 3x - 5$ est une fonction affine. Ses coefficients sont $a = 3$ et $b = -5$

Cas particuliers :

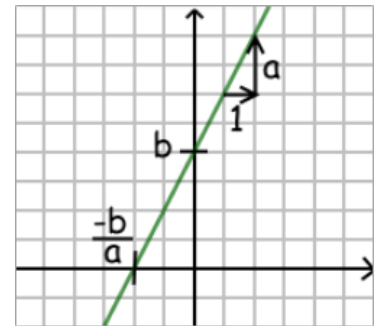
- Si $b = 0$, c'est-à-dire $f(x) = ax$, on dit que f est une fonction **linéaire**.
- Si $a = 0$, c'est-à-dire $f(x) = b$, on dit que f est une fonction **constante**.

2 – Représentation graphique

Propriété 1 : Dans un repère la courbe représentative d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ est une **droite**.
On dit que cette droite a pour équation $y = ax + b$.

Interprétation graphique :

- a est appelée le coefficient directeur.
Il correspond à la pente de la droite qui représente f .
- b est appelée l'ordonnée à l'origine.
La droite coupe l'axe des ordonnées en b . C'est l'image de 0 par f .
- La droite coupe l'axe des abscisses en $-\frac{b}{a}$. C'est l'antécédent de 0 par f .



Exemple 2 : La droite du graphique précédent a pour équation $y = 2x + 4$

Exemple 3 : Représenter graphiquement la fonction f définie par $f(x) = -2x + 5$

f est une fonction affine donc elle est représentée par une droite.

Pour tracer cette on a besoin de deux points de celle-ci :

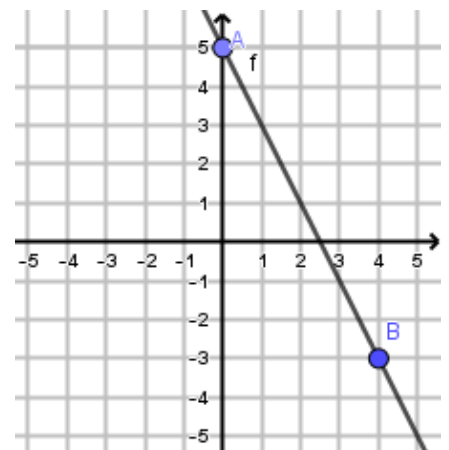
x	0	4
$f(x)$	5	-3

$$f(0) = -2 \times 0 + 5 = 5$$

$$f(4) = -2 \times 4 + 5 = -3$$

On place donc les points $A(0; 5)$ et $B(4; -3)$

La droite (AB) est la représentation graphique de la fonction f



Remarques :

- La droite représentative d'une fonction linéaire passe par l'origine du repère.
- La droite représentative d'une fonction constante est horizontale : Son équation est de la forme $y = k$
- Les fonctions affines sont des droites mais certaines droites ne sont pas des fonctions affines :
Les droites verticales qui ne sont pas des fonctions : Leur équation est de la forme $x = k$.

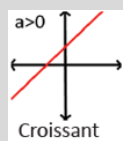


3 – Sens de variation et signe d'une fonction affine

Propriété 2 : On considère une fonction affine $f(x) = ax + b$

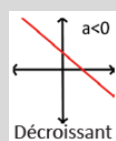
• f s'annule en $x_0 = -\frac{b}{a}$.

• Si $a > 0$ alors f est croissante et



x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

• Si $a < 0$ alors f est décroissante et



x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

Exemple 4 : Réaliser le tableau de signe des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 4x + 2$

$$x_0 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{4} = -0.5 \text{ et } a = 4 > 0$$

f est croissante donc d'abord « $-$ » puis « $+$ »

x	$-\infty$	-0.5	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

2) $g(x) = -\frac{1}{3}x + 4$

$$x_0 = -\frac{b}{a} = \frac{-4}{-\frac{1}{3}} = 4 \times \frac{3}{1} = 12 \text{ et } a = -\frac{1}{3} < 0$$

g est décroissante donc d'abord « $+$ » puis « $-$ »

x	$-\infty$	12	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

4 – Fonction affine passant par deux points

Propriété 3 : Soit (d) une droite d'équation $y = ax + b$ passant par 2 points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\text{Déplacement vertical entre A et B}}{\text{Déplacement horizontal entre A et B}} \text{ ou encore } \text{pente} = \frac{\text{"↑"}}{\text{"→"}}$$

Exemple 5 : Déterminer la fonction affine f qui passe par les points $A(1; -2)$ et $B(5; 6)$

• Comme f est une fonction affine elle est représentée par une droite d'équation $y = ax + b$

• On commence par calculer le coefficient directeur :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6 - (-2)}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2.$$

Donc $y = 2x + b$.

• Pour trouver b , on résout une équation en utilisant un des deux points proposés :

Comme $A(1; -2)$ est un point de la droite on peut remplacer x et y par les coordonnées du point A.

$$y = 2x + b.$$

$$-2 = 2 \times 1 + b$$

$$-2 = 2 + b$$

$$-2 - 2 = b$$

$$b = -4$$

• Ainsi, l'équation de la droite (AB) est $y = 2x - 4$

La fonction f est $f(x) = 2x - 4$.

