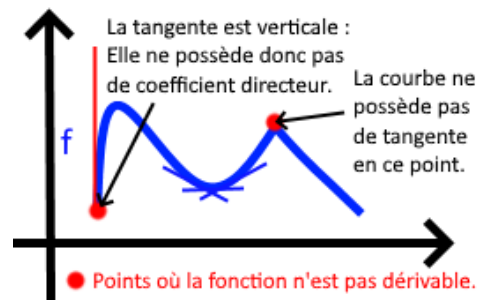


Fiche F3.3 : Fonction dérivée

1 – Définition de la fonction f'

Dérivabilité d'une fonction : Une fonction f est dérivable en un nombre a si l'on peut tracer la tangente T_a à sa courbe au niveau du point d'abscisse a et que celle-ci admet un coefficient directeur. On note alors $f'(a)$ le coefficient directeur de cette tangente, ce qui correspond en quelque sorte à la pente de la courbe de f en a . On dit que f est **dérivable sur un intervalle I** si elle est dérivable en tout point a de I .



Définition 1 : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I . La **fonction dérivée** de f est la fonction f' , qui à chaque nombre x de I , associe le nombre dérivée $f'(x)$, c'est-à-dire la pente de la courbe en x .

2 – Dérivées des fonctions usuelles

Voici les fonctions dérivées des fonctions usuelles (c désigne une constante réelle et n un entier positif) :

Fonction f	Fonction dérivée f'	Intervalle de dérivabilité
$f(x) = c$	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$

Exemple 1 : La pente de la fonction carré en $x = 1$ est donnée par sa fonction dérivée : $f'(1) = 2 \times 1 = 2$

3 – Opérations sur les dérivées

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I et k un nombre réel.

Opération	Fonction f	Fonction f'
Somme	$f = u + v$	$f' = u' + v'$
Produit par un réel	$f = k \times u$	$f' = k \times u'$

Remarques : Si $f = u - v$ alors on a $f' = u' - v'$ car f peut alors s'écrire $f = u + (-1) \times v$

Exemple 2 : Dériver les fonctions suivantes :

- Fonction : $f(x) = 2x + 3$ Dérivée : $f'(x) = 2$
- Fonction : $f(x) = 5x^2$ Dérivée : $f'(x) = 5 \times 2x = 10x$
- Fonction : $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ Dérivée : $f'(x) = 2 \times 2x - 3 \times 1 + 0 = 4x - 3$
- Fonction : $f(x) = -3x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 10$ Dérivée : $f'(x) = -3 \times 3x^2 + \frac{1}{2} \times 2x + 0 = -9x^2 + x$

Remarque : Avec les formules précédentes on peut calculer la fonction dérivée de n'importe quel **polynôme** : Sa dérivée est un polynôme de degré inférieur.

