

Fiche ____ : Propriétés algébriques

1 – Relation fonctionnelle

Propriété 1 :

Remarque : Cette relation fonctionnelle justifie la notation e^x sous forme de puissance : $e^{a+b} = e^a \times e^b$

Exemple 1 : Simplifier les expressions suivantes :

- $\exp(5) \times \exp(3) =$ ou avec la notation exponentielle : $e^5 e^3 =$
- $e^{-4} e^3 e^2 e^{-1} e =$
- $e^x (e + e^2) =$

2 – Conséquences de la relation fonctionnelle

Propriété 2 : Pour tous nombres a et b et pour tout entier naturel n , on a les relations suivantes :

(1)

(2)

(3)

(4)

Démonstration : Soient a et b deux nombres réels et n un entier naturel.

(1) On a $\exp(a + (-a)) = \exp(0) = 1$ d'où $\exp(a) \times \exp(-a) = 1$ c'est-à-dire $\exp(-a) = \frac{1}{\exp(a)}$

(2) On a $\exp(a - b) = \exp(a + (-b)) = \exp(a) \times \exp(-b) = \exp(a) \times \frac{1}{\exp(b)} = \frac{\exp(a)}{\exp(b)}$

(3) $\exp(n \times a) = \exp\left(\underbrace{a + \dots + a}_{n\text{-fois}}\right) = \underbrace{\exp(a) \times \dots \times \exp(a)}_{n\text{-fois}} = \exp(a)^n$

(4) On a $\left(\exp\left(\frac{1}{2}a\right)\right)^2 = \exp\left(2 \times \frac{1}{2}a\right) = \exp(a)$ d'où en appliquant la racine carrée $\exp\left(\frac{1}{2}a\right) = \sqrt{\exp(a)}$.

Exemple 2 : Simplifier les expressions suivantes :

- $\frac{1}{e} =$
- $\frac{e^6 e^7}{e^8} =$
- $(e^5)^3 =$
- $\sqrt{e^{8x}} =$
- $\frac{1}{(e^{-0.5x})^2} =$

Remarque : Attention, il n'y a pas de formule pour simplifier les expressions du type $e^a + e^b$ ou $e^a - e^b$.

