

Fiche G1.2 : Repérage d'un vecteur

1 – Repère du plan

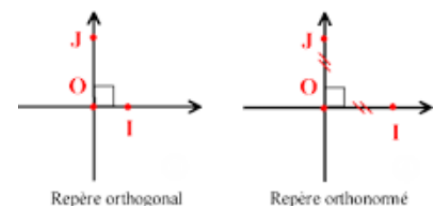
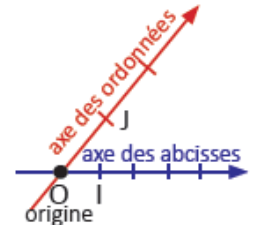
Définition 1 : Un **repère du plan** est la donnée de 3 points **distincts** O , I et J , qui servent de référence pour situer les autres points du plan. Il est noté (O, I, J) .

Vocabulaire :

- Le point O est appelé **l'origine du repère**.
- La droite (OI) est appelée **l'axe des abscisses**.
- La droite (OJ) est appelée **l'axe des ordonnées**.

Remarques :

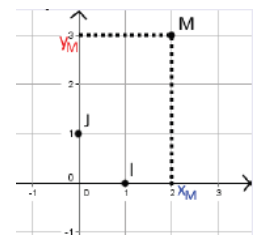
- Si $(OI) \perp (OJ)$, alors le repère est dit **orthogonal**.
- Si de plus $OI = OJ$ alors le repère est dit **orthonormé**.
- (O, I, J) est orthonormé $\Rightarrow (O, I, J)$ est orthogonal.



A chaque point M du plan est associé un système de coordonnées :

- L'**abscisse** du point M noté x_M . Ex : $x_M = 2$
- L'**ordonnée** du point M noté y_M . Ex : $y_M = 3$

Le point M est alors noté $M(x_M ; y_M)$. Ex : $M(2 ; 3)$.



2 – Coordonnées d'un vecteur

On se place dans un repère (O, I, J)

Définition 2 : On considère un vecteur $\vec{u}$. Soit M le point de coordonnées $M(x; y)$ tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$ alors les **coordonnées** du vecteur $\vec{u}$ sont celles du point M . On note alors $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Exemple 1 :

On considère le vecteur $\vec{u}$ sur la figure ci-contre

On place le point M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$

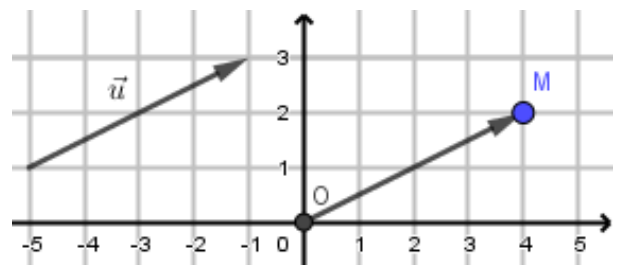
Le point M a pour coordonnées $M(4; 2)$

Le vecteur $\vec{u}$ a donc pour coordonnées $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Remarque : Par convention, on note les coordonnées des points en ligne et ceux des vecteurs en colonne

Lecture graphique : Lorsque le repère $(O; I; J)$ est **orthonormé**, on utilise le principe suivant pour lire graphiquement les coordonnées du vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$:

$x \rightarrow$ Déplacement horizontal et $y \rightarrow$ Déplacement vertical



Exemple 2 :

1) Lire les coordonnées des points A et B :

$$\bullet A(-1; -2) \quad \bullet B(-3; -1)$$

2) Lire les coordonnées des vecteurs :

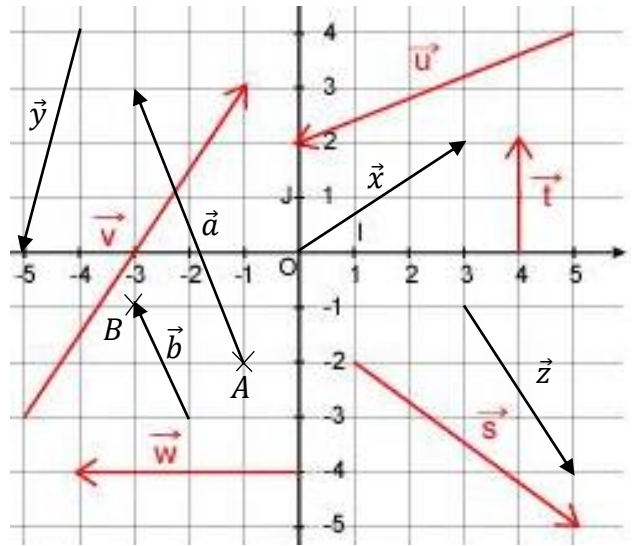
$$\begin{aligned} \bullet \vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} & \bullet \vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} \\ \bullet \vec{w} \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix} & \bullet \vec{s} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \\ \bullet \vec{t} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} & \end{aligned}$$

3) Quels sont les coordonnées du vecteur nul ? $\vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

4) a. Représenter les vecteurs $\vec{x} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{y} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{z} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

b. Tracer le représentant d'origine A du vecteur $\vec{a} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

c. Tracer le représentant d'extrémité B du vecteur $\vec{b} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.



Propriété 1 : Deux vecteurs sont **égaux** si et seulement si ils possèdent les mêmes coordonnées :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ si et seulement si } x = x' \text{ et } y = y'$$

3 – Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

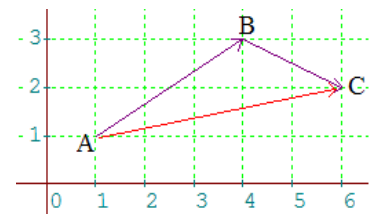
Propriété 2 : Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Exemple 3 : On a $A(1; 1)$; $B(4; 3)$ et $C(6; 2)$. Calculer les coordonnées des vecteurs :

$$\bullet \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-4 \\ 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$



4 – Norme d'un vecteur de coordonnées $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Propriété 3 : Dans un repère **orthonormé**, la norme du vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est égale à :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Exemple 4 : On reprend les vecteurs de l'exemple 2

$$\bullet \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \approx 3.6$$

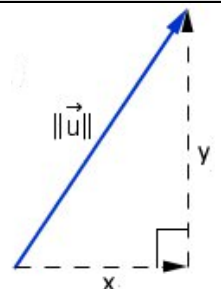
$$\bullet \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26} \approx 5.1$$

$$\bullet \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \approx 2.2$$

Remarque : Cette propriété provient du théorème de Pythagore :

$$\|\vec{u}\|^2 = x^2 + y^2$$

$$\text{D'où } \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



Remarque : Comme $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ et que $AB = \|\overrightarrow{AB}\|$ on en déduit une formule pour la distance AB :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

