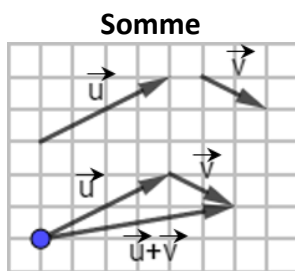


Fiche G1.3 : Somme de deux vecteurs

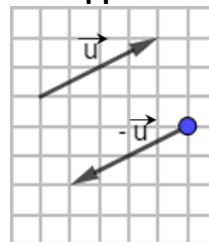
1 – Définitions

Définition 1 : On considère deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

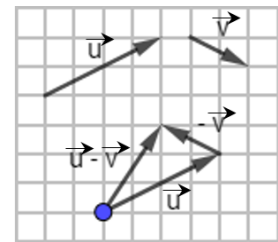
- La **somme** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} + \vec{v}$, est le vecteur associé à la translation obtenue en enchainant la translation de vecteur $\vec{u}$, puis celle de vecteur $\vec{v}$.
- L'**opposé** de $\vec{u}$, noté $-\vec{u}$, est le vecteur qui a même direction, même longueur que $\vec{u}$ mais un sens différent.
- La **différence** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, est le vecteur $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$



Somme



Opposé



Différence

On met les vecteurs « bout à bout ». On inverse le sens de la flèche. On fait la somme de $\vec{u}$ et de $-\vec{v}$

Remarque : On a $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.



Propriété 1 : On considère trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$. On a les propriétés suivantes :

- | | |
|--|--|
| (1) Associativité : $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$ | (2) Commutativité : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ |
| (3) Élément neutre : $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$ | (4) Symétrique : $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ |

2 – Coordonnées

Propriété 2 : On considère deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

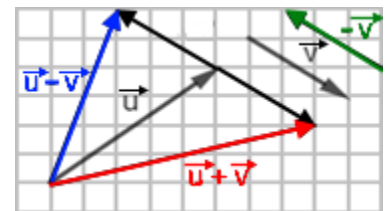
- $\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$
- $-\vec{u} \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$
- $\vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} x-x' \\ y-y' \end{pmatrix}$

Exemple 2 : Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ deux vecteurs.

1) Calculer les coordonnées de :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 5+3 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \bullet \quad -\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \bullet \quad \vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 5-3 \\ 4-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2) Représenter ces trois vecteurs et vérifier graphiquement ces résultats



3 – Propriétés géométriques de la somme

Propriété 3 : Pour tous points A, B, C et D du plan, on a :

- **Relation de Chasles :** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- **Règle du parallélogramme :** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow ABCD$ est un parallélogramme.

Exemple 3 : A l'aide de la relation de Chasles, simplifier les expressions suivantes :

- | | |
|---|---|
| • $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ | • $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{KT} + \overrightarrow{TA} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{KA} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{KP}$ |
| • $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{CC} = \vec{0}$ | • $\overrightarrow{AZ} - \overrightarrow{EZ} + \overrightarrow{ET} = \overrightarrow{AZ} + \overrightarrow{ZE} + \overrightarrow{ET} = \overrightarrow{AT}$ |

