

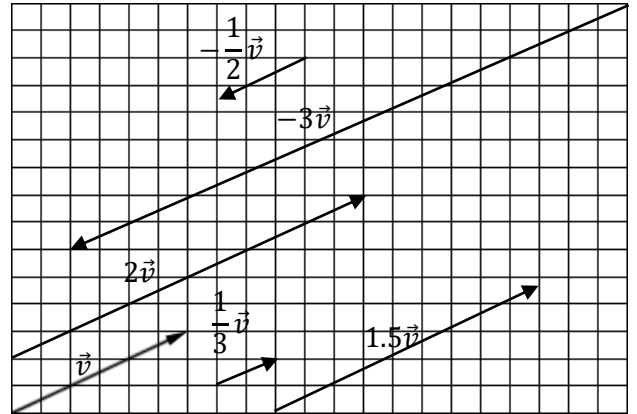
Fiche G1.4 : Multiplication d'un vecteur par un nombre

1 – Le vecteur $k \cdot \vec{v}$

Définition 1 : Soit $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur et soit k un nombre réel alors $k \cdot \vec{v}$ est le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Exemple 1 : On considère le vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$. Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants puis représenter-les à l'aide du quadrillage ci-contre :

- $2 \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \times 6 \\ 2 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$
- $\frac{1}{3} \vec{v} = \begin{pmatrix} 1/3 \times 6 \\ 1/3 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $-3 \vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \times 6 \\ -3 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 \\ -9 \end{pmatrix}$
- $-\frac{1}{2} \vec{v} = \begin{pmatrix} -0.5 \times 6 \\ -0.5 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1.5 \end{pmatrix}$
- $1.5 \vec{v} = \begin{pmatrix} 1.5 \times 6 \\ 1.5 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4.5 \end{pmatrix}$
- $0 \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \times 6 \\ 0 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0}$



Remarque : Tous ces vecteurs ont même directions.

Propriété 1 : Soit $\vec{v}$ un vecteur et k un nombre réel.

- La longueur de $k \cdot \vec{v}$ est égale à k -fois celle de $\vec{v}$: $\|k \cdot \vec{v}\| = |k| \times \|\vec{v}\|$
- Si $k > 0$ alors $k \cdot \vec{v}$ a le même sens que $\vec{v}$. Si $k < 0$ alors $k \cdot \vec{v}$ et $\vec{v}$ sont dans le sens contraire.

Remarque : Le vecteur $-1 \cdot \vec{v}$ coïncide avec le vecteur opposé $-\vec{v}$ du vecteur $\vec{v}$

Propriété 2 : On considère deux vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et k et k' deux nombres réels. On a les propriétés suivantes :

- | | |
|---|---|
| (1) $0 \cdot \vec{u} = \vec{0}$ | (2) $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$ |
| (3) $k \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = k \cdot \vec{u} + k \cdot \vec{v}$ | (4) $(k + k') \cdot \vec{u} = k \cdot \vec{u} + k' \cdot \vec{u}$ |
| (5) $k \cdot (k' \cdot \vec{u}) = (k \cdot k') \cdot \vec{u}$ | |

2 – Décomposition d'un vecteur dans une base.

Propriété 3 : Soit $\vec{i}$ et $\vec{j}$ deux vecteurs qui ne sont pas dans la même direction.

Pour tout vecteur $\vec{v}$, il existe deux réels x et y tel que $\vec{v} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$.

Définition 2 : On dit dans ce cas que le vecteur $\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans la **base** $(\vec{i}; \vec{j})$

Remarques :

- Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère du plan et $\vec{v}$ un vecteur. On pose $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$.
Dans ce cas les coordonnées de $\vec{v}$ coïncide avec celles dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.
- Un vecteur n'a pas les mêmes coordonnées dans deux bases différentes.

Exemple 2 : • $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ donc $\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.

- $\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ dans la base $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$.

