

Fiche ____ : Vecteurs colinéaires

1 – Colinéarité de deux vecteurs

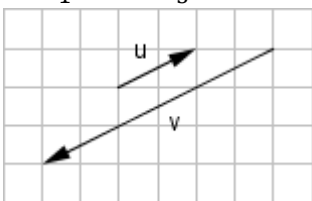
Définition 1 :

Propriété 1 :

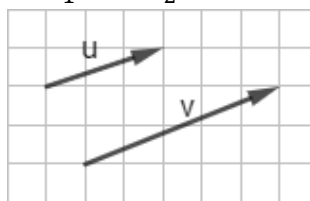
Remarque : Par convention, le vecteur nul $\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur.

Exemple 1 : Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

• $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}$



• $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$



2 – Déterminant de deux vecteurs

Définition 2 :

Remarque : Le déterminant des vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ est souvent noté $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$.

Pour le calculer on effectue une sorte de « produit en croix » : $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$

Propriété 2 :

Exemple 2 : En utilisant le déterminant déterminer si les vecteurs suivants sont colinéaires.

• $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$:

• $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix}$:

Remarque : Si l'un des deux vecteurs est nul alors $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ car soit $x = y = 0$ soit $x' = y' = 0$.

Démonstration : Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs non nuls.

⇒ • Supposons que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Il existe donc un réel k tel que _____

• On a donc $\begin{pmatrix} - \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \end{pmatrix}$ d'où _____ et _____.

• Calculons le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$: _____.

⇐ • Supposons que $\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y = 0$ c'est-à-dire _____ (*)

• Comme $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls l'une au moins des coordonnées de $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est non nul.

• Si $x \neq 0$ on pose $k = \frac{x'}{x}$. On a alors $x' = \underline{\hspace{2cm}}$ et d'après (*), on a $y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

• Si $y \neq 0$ on pose $k = \frac{y'}{y}$. On a alors $y' = \underline{\hspace{2cm}}$ et d'après (*), on a $x' = \underline{\hspace{2cm}}$.

• Dans les deux cas on obtient que $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ et donc que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont _____. □



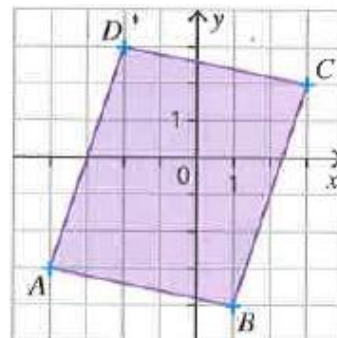
3 – Déterminant et parallélogramme

Propriété 3 :

Rappel : $|x|$ est la **valeur absolue** de x , c'est-à-dire sa valeur numérique sans tenir compte de son signe.

Exemple 3 : On considère les points $A(-4; -3)$, $B(1; -4)$, $C(3; 2)$ et $D(-2; 3)$.

1) Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.



2) Calculer l'aire du parallélogramme $ABCD$

