

Fiche N1.2 : Fractions

1 – Ecriture fractionnaire

Définition 1 : Une **fraction** est un nombre qui est écrit sous la forme $\frac{a}{b}$ avec $b \neq 0$

Remarques :

- a s'appelle le **numérateur** et b le **dénominateur**.
- Un même nombre possède plusieurs écritures fractionnaire. Par exemple : $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 0.4$
- La place du signe n'a pas d'importance : $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$
- Pour tout nombre réel a , on a $\frac{a}{1} = a$. Pour tout nombre réel b non nul on a : $\frac{0}{b} = 0$.
- Le dénominateur doit être non nul car on ne peut pas diviser par 0.

2 – Multiplication

Propriété 1 : Pour tous nombres réels a, b, c, d et k avec b, d et k non nuls, on a

$$(1): \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$(2): k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$$

$$(3): \frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$$

Exemple 1 :

$$(1): \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$$

$$(2): 5 \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$(3): \frac{8}{6} = \frac{2 \times 4}{2 \times 3} = \frac{4}{3}$$

Remarque : La propriété (3) permet de **simplifier** les fractions. Lorsque une fraction de deux entiers n'est plus simplifiable on dit qu'elle est **irréductible**.

3 – Inverse et division

Propriété 2 : Pour tous nombres réels a, b non nuls on a :

$$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$$

Exemple 2 :

$$\bullet \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2}$$

$$\bullet \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{1} = 3$$

Pour diviser deux fractions on utilise le principe : « *Diviser par un nombre c'est multiplier par son inverse* »

Propriété 3 : Pour tous nombres réels a, b, c, d avec b, d et k non nuls, on a :

$$(1): \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$(2): \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \times c}$$

$$(3): \frac{a}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{c}$$

Exemple 3 :

$$(1): \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$$

$$(2): \frac{\frac{9}{5}}{7} = \frac{9}{5 \times 7} = \frac{9}{35}$$

$$(3): \frac{3}{\frac{10}{11}} = \frac{3 \times 11}{10} = \frac{33}{10}$$



4 – Addition et soustraction

Propriété 4 : Pour tous nombres réels a, b, c avec c non nul, on a :

$$(1): \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$(2): \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemple 4 :

$$(1): \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$(2): \frac{8}{9} - \frac{1}{9} = \frac{8-1}{9} = \frac{7}{9}$$

Remarque : Pour pouvoir additionner ou soustraire deux fractions il faut le même dénominateur.

Si ce n'est pas le cas on commence par trouver un dénominateur commun.

Exemple 5 :

$$\bullet \frac{3}{10} + \frac{7}{20} = \frac{2 \times 3}{2 \times 10} + \frac{7}{20} = \frac{6}{20} + \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$$

$$\bullet 2 - \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\bullet \frac{4}{5} + \frac{2}{7} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} + \frac{2 \times 5}{7 \times 5} = \frac{28}{35} + \frac{10}{35} = \frac{38}{35}$$

$$\bullet x - \frac{2}{x} = \frac{x \times x}{x} - \frac{2}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{2}{x} = \frac{x^2 - 2}{x} \text{ (avec } x \neq 0 \text{)}$$

5 – Produit en croix

Propriété 5 : Pour tous nombres réels a, b, c et d avec b et d non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si et seulement si } a \times d = b \times c$$

Exemple 6 : A quelle pourcentage correspond la fraction $\frac{5}{16}$.

$$\frac{5}{16} = \frac{x}{100} \text{ est équivalent à } 16 \times x = 5 \times 100 \text{ c'est-à-dire à } x = \frac{500}{16} = \frac{125}{4} = 31,25$$

Donc $\frac{5}{16}$ correspond à 31,25%

