

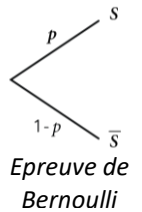
Fiche P3.2 : Loi binomiale

1 – Schéma de Bernoulli et loi binomiale

- **Epreuve de Bernoulli** : Expérience aléatoire à deux issues : **Succès** noté S et **Echec** noté $\bar{S}$.

On note p la probabilité du succès et q celle de l'échec : $P(S) = \underline{\hspace{2cm}}$ et $P(\bar{S}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

- **Schéma de Bernoulli** : On répète n fois cette épreuve de façon **identique** et **indépendante**.



Définition 1 :

Exemple 1 : On lance un dé bien équilibré et on considère comme « succès » le fait d'obtenir un « 6 ». Cette expérience aléatoire est une épreuve de Bernoulli de paramètre $\underline{\hspace{2cm}}$

$$\begin{array}{ll} S = & \bar{S} = \\ P(S) = & P(\bar{S}) = \end{array}$$

Exemple 2 : On lance 3 fois de suite un dé bien équilibré. Soit X le nombre de « 6 » obtenus sur les 3 lancers.

1) Justifier que cette expérience est un schéma de Bernoulli.

2) Quelle est la loi suivie par la variable X ?

3) Quelles sont les valeurs possibles pour X ?

4) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

5) A l'aide de l'arbre, calculer la loi de X

- $P(X = 3) =$
- $P(X = 2) =$
- $P(X = 1) =$
- $P(X = 0) =$

k					Total
$P(X = k)$					



2 – Coefficients binomiaux

Définition 2 :

Exemple 3 : D'après l'arbre précédent on peut affirmer : $\binom{3}{0} = _$; $\binom{3}{1} = _$; $\binom{3}{2} = _$ et $\binom{3}{3} = _$

Triangle de Pascal : En pratique, on utilise le triangle de Pascal pour déterminer les $\binom{n}{k}$.

$n \backslash k$	0	1	2	3	4	5
0	1					
1	1	1				
2	1		1			
3	1			1		
4	1				1	
5	1					1

- Comme $k \leq n$, seule la partie inférieure du tableau est complétée.

- Chaque nombre du triangle s'obtient en additionnant deux nombres de la ligne précédente : Celui du dessus avec celui de la colonne précédente.

Exemple 4 : On peut lire par exemple que : $\binom{2}{0} = _$; $\binom{4}{1} = _$; $\binom{4}{3} = _$; $\binom{5}{2} = _$

Propriété 1 : Soit n un entier naturel et k un entier naturel tel que $k \leq n - 1$

-
-

- Formule de Pascal :

3 – Propriétés de la loi binomiale

Propriété 2 :

Remarque : On pourra retenir plutôt le principe suivant : $P(X = k) = \overset{\text{Nombre de chemins}}{\binom{n}{k}} \times \overset{\text{Nombre de succès}}{p} \times \overset{\text{Nombre d'échec}}{q}$

Exemple 5 : On lance 5 fois un dé bien équilibré. Quelle est la probabilité d'avoir exactement trois « 6 ».

Propriété 3 : Si X suit la loi binomiale de paramètres n et p , alors $E(X) = n \times p$.

Exemple 6 : Quel est le nombre moyen de « 6 » sur 5 lancers ?

