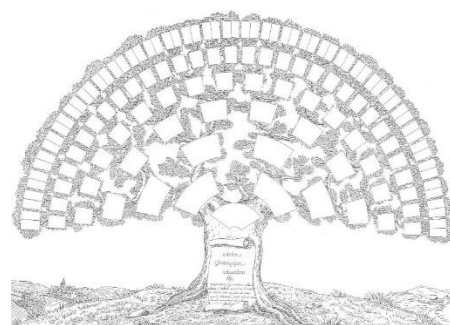


Chapitre S2 : Suites géométriques

1 – Généralités

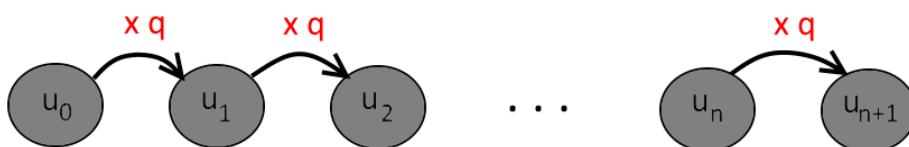
Activité 1 : (Arbre généalogique)

- Combien un être humain a-t-il de parents ? de grand-parents ? d'arrière-grands-parents ? d'arrière-arrière-grands-parents ?
- On note p_n le nombre de parents du $n^{\text{ème}}$ degré.
Ecrire la suite (p_n)
- Quelle est la relation entre un terme et le terme suivant ?
- Combien de membre comporte votre généalogie de vous à vos arrière-arrière-arrière-grands-parents.



a. Relation de récurrence

Définition 1 : On dit qu'une suite (u_n) est **géométrique de raison q** , si pour tout rang n , $u_{n+1} = q \times u_n$



Pour passer d'un terme au suivant, on multiplie par un même nombre q , appelé la raison

Exemple 1 :

- Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 3$.
 $(u_n) = (1; 3; 9; 27; 81; 243; \dots)$. Pour tout rang n on a $u_{n+1} = 3 \times u_n$.
- Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_1 = 2$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.
 $(v_n) = (2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots)$. Pour tout rang n on a $v_{n+1} = 0.5 \times v_n$ i.e. $v_{n+1} = \frac{v_n}{2}$

Remarque : Une suite est géométrique de raison q , si pour tout rang n , $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$.

Exemple 2 : Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2^n$.

Pour tout rang n on a $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = \frac{2^{n \times 2}}{2^n} = 2$

Donc, pour tout rang n on a $u_{n+1} = 2 \times u_n$.

En conclusion la suite (u_n) est géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $u_0 = 2^0 = 1$

Exemple 3 : Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2$.

On a $u_1 = 1$, $u_2 = 4$ et $u_3 = 9$

On a donc $\frac{u_2}{u_1} = \frac{4}{1} = 4$ et $\frac{u_3}{u_2} = \frac{9}{4} = 2.25$

Le quotient entre deux termes consécutifs n'est pas constant. La suite n'est donc pas géométrique.



b. Forme explicite

Propriété 1 : Si (u_n) est une suite géométrique de raison q alors pour tout rang n , on a $u_n = u_0 \times q^n$.

Démonstration : Si (u_n) est géométrique de raison q alors pour tout rang n , on a $u_{n+1} = q \times u_n$. On a donc :

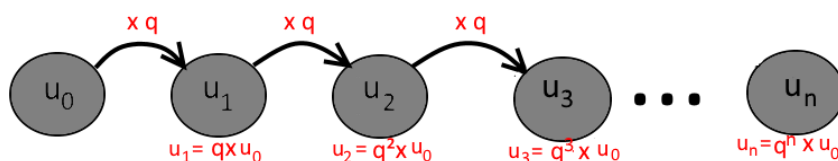
$$u_1 = q \times u_0$$

$$u_2 = q \times u_1 = q \times q \times u_0 = q^2 \times u_0$$

$$u_3 = q \times u_2 = q \times q^2 \times u_0 = q^3 \times u_0$$

...

$$u_n = q^n \times u_0$$



Remarque : La formule explicite permet de calculer n'importe quel terme sans calculer tous les précédents.

Exemple 4 : Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 3$.

Formule explicite : $u_n = 1 \times 3^n = 3^n$

$$u_{10} = 3^{10} = 59049$$

Remarque : Plus généralement, on a tout rang $n \geq k$, la formule $u_n = u_k \times q^{n-k}$.

En particulier, lorsque le premier terme est u_1 , on utilisera la formule $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

Exemple 5 : Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $v_1 = 2$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

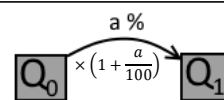
Formule explicite : $v_n = 2 \times (0.5)^{n-1}$

$$v_{10} = 2 \times 0.5^{10-1} = 2 \times 0.5^9 \cong 0.0039$$

c. Application : Suites géométrique & Evolution

Propriété 1 : Si une quantité Q_0 subit une évolution de $a\%$ vers une quantité Q_1 alors :

$$Q_1 = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times Q_0$$



Exemple 6 :

- Un salarié gagnant 1500€ est augmenté de 5 %. Son nouveau salaire est de $Q_1 = 1.05 \times 1500 = 1575€$.
- Un article coûtant 120€ est soldé 30%. Son nouveau prix est de $Q_1 = 0.70 \times 120 = 84€$

Lorsqu'une quantité subit plusieurs évolutions successives d'un même pourcentage $a\%$, alors on peut modéliser mathématiquement l'évolution de cette quantité par une suite géométrique, de première terme

u_0 égale à sa valeur initiale, et de raison $q = 1 + \frac{a}{100}$.

Exemple 7 : (Bac blanc 2016)

Pour former une pièce métallique à partir d'un profilé de 20 centimètres d'épaisseur, on utilise un marteau-pilon. Le marteau-pilon frappe toutes les 6 secondes, et à chaque coup, l'épaisseur de métal diminue de 2%. On note u_n (n entier naturel), l'épaisseur en millimètres de la pièce après n frappes de marteau-pilon. On a donc $u_0 = 20$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3 . On donnera les résultats arrondis au centième de millimètre
2. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique et préciser sa raison.
3. Déterminer u_n en fonction de n
4. Quelle est l'épaisseur, arrondie au centième de millimètre de la pièce après 10 frappes ?
5. On considère que la pièce est terminée dès que son épaisseur est inférieure à 14mm. Quel est le temps minimal pour que la pièce soit terminée ?

Corrigé

$$1) u_1 = \left(1 - \frac{2}{100}\right) \times 20 = 0.98 \times 20 = 19.6$$

$$u_2 = 0.98 \times 19.6 \cong 19.21$$

$$u_3 = 0.98 \times 19.21 \cong 18.83$$

2) A chaque coup la pièce diminue de 2%.

$$\text{Donc on a } u_{n+1} = 0.98 \times u_n.$$

Donc (u_n) est géométrique de raison $q = 0.98$.

3) Pour tout rang n , on a $u_n = 20 \times 0.98^n$

$$4) u_{10} = 20 \times 0.98^{10} \cong 16.34$$

Après 10 frappes l'épaisseur sera de 16.34 mm.

5) A la calculatrice on trouve que $u_n \leq 14$ à partir du rang $n = 18$. Il faut donc au minimum 18 frappes pour terminer la pièce. Chaque frappe étant donnée toutes les 6 secondes, le temps minimal sera de $18 \times 6 = 108$ s



2 – Sommes de termes consécutifs

Activité 2 (Problème de l'échiquier de Sissa) : On place un grain de riz (ou de blé) sur la première case d'un échiquier. Si on fait en sorte de doubler à chaque case le nombre de grains de la case précédente combien de grains de riz obtient-on au total ?



1) Quel calcul doit-on effectuer pour répondre au problème ?

Le nombre de grains de riz est égal à : $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{64}$

2) Compléter puis programmer l'algorithme suivant pour déterminer le nombre total de grains de riz

Algorithme

```
Variables : grains, total
grains ← 1
total ← 1
Pour i allant de 2 à 64 Faire
    grains ← grains * 2
    total ← total + grains
Fin Pour
Afficher total
```

Exécution

```
grains = 1
total = 1
i = 2
grains = 2
total = 3
i = 3
grains = 4
total = 7
...
```

Programme CASIO

```
=====GRAINRIZ=====
1→G
1→S
For 2→I To 64
G×2→G
S+G→S
Next
S
```

Programme TI

```
PROGRAM:GRAINRIZ
:1→G
:1→S
:For(I,2,64)
:G*2→G
:S+G→S
:End
:Disp S
```

Propriété 3 : Soit q un réel différent de 1, alors pour tout entier naturel n on a :

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Notation : $1 + q + q^2 + \dots + q^n$ peut s'écrire également $\sum_{k=0}^n q^k$

Activité 2 (Suite) : A l'aide de la formule précédente, on peut facilement déterminer le nombre de grains de riz total sur l'échiquier :

$$\sum_{k=0}^{64} 2^k = \frac{1 - 2^{65}}{1 - 2} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615.$$

Propriété 4 : Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison $q \neq 1$. La somme S_n de ses $n + 1$ premiers termes (de u_0 à u_n) est égal à : $S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Moyen mnémotechnique : $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 1^{er} \text{ terme} \times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$.

Exemple 8 : Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 5$.

$$S_{10} = \sum_{k=0}^{10} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = 3 \times \frac{1 - 5^{11}}{1 - 5} = 7\,324\,218.$$

Exemple 9 : Un couple rembourse sa maison en versant une mensualité qui augmente de 1 % par mois, pendant 15 ans. La première mensualité est de 200€. Quel est le coût total du crédit ?

Soit u_n la mensualité, n mois après la 1^{ère} mensualité. On a donc $u_0 = 200$, $u_1 = 1.01 \times 200 = 202$, etc.

La suite (u_n) est donc géométrique de premier terme $u_0 = 200$ et de raison $q = 1.01$.

La dernière mensualité est donnée par le terme $u_{179} = 200 \times 1.01^{179} = 1187,29$ (15 ans = 180 mois).

Le coût total du crédit est donnée par $S_{179} = \sum_{k=0}^{179} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_{179} = 200 \times \frac{1 - 1.01^{180}}{1 - 1.01} \approx 99\,916 \text{ €}$



3 – Limite d'une suite géométrique

Activité 3 : Choisir un nombre q , puis calculer ses puissances successives q^2, q^3, q^4 , etc.

Répéter l'expérience avec un autre nombre q . Que peut-on conjecturer quand à $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n$?

Propriété 4 : Soit q un réel strictement positif.

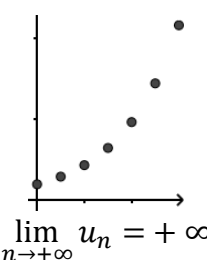
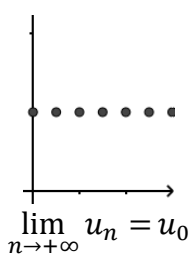
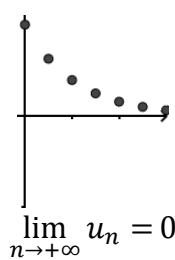
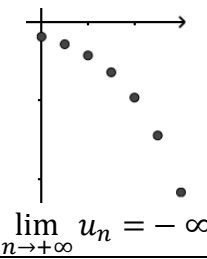
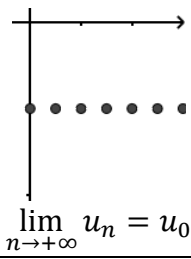
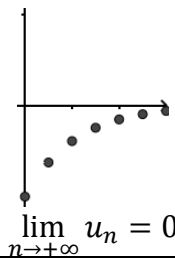
• Si $q > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$

• Si $0 < q < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$

Activité 4 : A l'aide du logiciel Geogebra

- 1) a. Créer un curseur q compris entre 0 et 5 par pas de 0.1
b. Créer un curseur u_0 (taper u_0) compris entre -5 et 5 par pas de 0.1
- 2) a. Ouvrir le tableur de Geogebra
b. Dans la première colonne écrire les entiers naturels de 0 à 10
c. En B1 écrire la formule $= u_0$
d. En B2 écrire la formule $= B1 * q$ puis la recopier vers le bas.
- 3) a. Sélectionner les deux colonnes puis faire Click droit / Créer / Liste de points pour afficher la représentation graphique de la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q
b. Faites varier les curseurs u_0 et q puis observer la limite de suite.

Tableau : Limite d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison $q > 0$

	$0 < q < 1$	$q = 1$	$q > 1$
$u_0 > 0$	 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$	 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = u_0$	 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
$u_0 < 0$	 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$	 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = u_0$	 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

Exemple 10 : Dans chacun des cas suivants, déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

a. $u_n = 100 \times 0.9^n$ $0 < 0.9 < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

b. $u_n = 2 \times 1.7^n$ $1.7 > 1$ et $2 > 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

c. $u_n = -7 \times 3^n$ $3 > 1$ et $-7 < 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

Enigme : Un homme fait un premier pas d'un mètre. Puis, il marche à l'infini en réalisant chaque fois un pas deux fois plus petit que le précédent. Quelle distance parcourt-il au total ?



Suites géométriques – Fiche d'exercices

Ex 1 Ecrire les suites géométriques suivantes :

- Premier terme : $u_0 = 3$; Raison : $q = 2$
- Premier terme : $u_0 = 1$; Raison : $q = -1$
- Premier terme : $u_0 = 10$; Raison : $q = \frac{1}{2}$
- Premier terme : $u_0 = 4$; Raison : $q = \frac{1}{10}$

Ex 2 Les suites suivantes sont-elles géométriques ? Si oui, déterminer la raison.

- $(u_n) = (5; 10; 20; 40; 80; \dots)$
- $(v_n) = (-5; -15; -45; -135; \dots)$
- $(w_n) = (2; 22; 222; 2222; 22222 \dots)$
- $(x_n) = (1; -10; 100; -1000; 10000; \dots)$

Ex 3 Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $q = 0.5$

- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
- Calculer u_1, u_2 et u_3
- Représenter la suite dans un repère. Que remarque-t-on ?
- Déterminer le sens de variation de la suite (u_n)
- Exprimer u_n en fonction de n
- En déduire la valeur de u_{150}

Ex 4 Les suites suivantes sont-elles géométriques ?

Si oui déterminer le premier terme et la raison.

- Pour tout $n \geq 0$, $u_n = 2 \times 3^n$
- Pour tout $n \geq 0$, $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 5$
- Pour tout $n \geq 0$, $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = 1.25u_n$
- Pour tout $n \geq 0$, $u_n = \sqrt{n+1}$
- Pour tout $n \geq 0$, $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1} \times 3$
- Pour tout $n \geq 0$, $u_0 = 1$ $u_{n+1} = n \times u_n$

Ex 5 Soit (u_n) une suite géométrique de raison q

- On donne $u_0 = 1$ et $q = 5$. Calculer u_4 .
- On donne $u_4 = 100$ et $q = 0.5$. Calculer u_0 .
- On donne $u_1 = 4$ et $u_3 = 36$. Calculer q et u_0 .

Ex 6 Dans chacun des cas suivants, dire si la situation donnée peut être modélisée par une suite géométrique. Préciser alors la raison

- Une somme est placée sur un compte à intérêts composés de 1.5% par an.
- Un propriétaire met chaque mois sur son compte épargne le loyer versé par son locataire s'élevant à 550€ par mois.
- La population d'une ruche baisse de 5% par an.
- Chaque année, dans une association, 80% des adhérents se réinscrivent et 30 nouveaux adhérents les rejoignent.

Ex 7 Jean vient d'être embauché dans une entreprise. Il débute avec un salaire net de 1500€.

Chaque année le patron de l'entreprise augmente tous ses salariés de 2%. On note s_n le salaire de Jean au bout de sa $n^{\text{ème}}$ année de service

- Déterminer s_0, s_1, s_2 et s_3
- Exprimer s_{n+1} en fonction de s_n
- Quelle est la nature de la suite (s_n) ?
- Quel sera son salaire l'année de sa retraite après 42 années de travail dans l'entreprise ?

Ex 8 Calculer les sommes suivantes :

- $S = 1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 15625$
- $S' = 1 - 3 + 9 - 27 + \dots - 2187$
- $S'' = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{64}$

Ex 9 Soit (u_n) la suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 10$ et de raison $q = 0,25$.

- Calculer $S_5 = u_0 + u_1 + \dots + u_5$
- Calculer $S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_5$

Ex 10 Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison $q \neq 1$.

Exprimer $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n .

- $u_0 = 120$ et $q = \frac{1}{2}$
- $u_0 = 50$ et $q = -2$
- $u_0 = 3$ et $q = \frac{3}{2}$

Ex 11 Déterminer les limites suivantes :

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0.9^n$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5 \times 0.5^n$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2 \times 4^n$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3 \times 0.95^n$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0.1 \times 1.001^n$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 + 5 \times 0.9^n$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2 \times 7^n + 1000$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1-0.5^n}{0.5}$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - 10^n$



Ex 12 QCM (Tiré de divers sujets de Bac)

1. La suite (u_n) est définie par $u_0 = -3$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{7}{5}u_n$.

La limite quand n tend vers $+\infty$ de (u_n) est :

A. 0	B. $-\infty$
C. $+\infty$	D. -3

2. On considère la suite géométrique (v_n) définie par son premier terme $v_0 = \frac{3}{4}$ et sa raison $q = \frac{3}{2}$.

La valeur exacte du terme v_{10} est égale à :

A. 14,4	B. $7,3 \times 10^{-4}$
C. $\frac{59\,049}{4\,096}$	D. $\frac{15}{4}$

3. La suite (v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 4$ et de raison $q = 0,5$. La somme des 9 premiers termes de cette suite est égale à :

- a. $4 \times 0,5^9$
b. $\frac{1 - 0,5^9}{1 - 0,5}$
c. $8 \times (1 - 0,5^9)$
d. 6,9

4. La suite (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 300$ et de raison $q = 1,05$. L'algorithme qui calcule et affiche tous les termes strictement inférieurs à 450 de cette suite est :

a.

Variables
 n : un nombre entier naturel
 u : un nombre réel
Initialisation
 n prend la valeur 0
 u prend la valeur 300
Traitement
Tant que $n < 450$
Afficher u
 n prend la valeur $n + 1$
 u prend la valeur $300 \times 1,05^n$
Fin Tant que

b.

Variables
 u : un nombre réel
Initialisation
 u prend la valeur 300
Traitement
Tant que $u < 450$
 u prend la valeur $1,05 \times u$
Fin Tant que
Sortie
Afficher u

c.

Variables
 u : un nombre réel
Initialisation
 u prend la valeur 300
Traitement
Tant que $u < 450$
Afficher u
 u prend la valeur $1,05 \times u$
Fin Tant que

d.

Variables
 n : un nombre entier naturel
 u : un nombre réel
Initialisation
 n prend la valeur 0
 u prend la valeur 300
Traitement
Tant que $u < 450$
 n prend la valeur $n + 1$
 u prend la valeur $1,05 \times u$
Fin Tant que
Sortie
Afficher n

Ex 13 Batterie Smartphone (Tiré du Bac Métropole Septembre 2015)

Un smartphone est équipé d'une batterie Li-ion qui débite en usage normal un courant d'intensité moyenne I de 0,03 ampère (A).

La capacité C de cette batterie, exprimée en ampères-heures (Ah), est la quantité maximale d'électricité qu'elle peut emmagasiner.

On dit que la batterie a effectué un cycle de charge lorsque la quantité d'électricité absorbée, éventuellement en plusieurs fois, est égale à sa capacité.

Lors des 300 premiers cycles de charge de la batterie, sa capacité reste égale à 1,8 Ah.

1. L'autonomie T de ce smartphone, en heures, est fonction de la capacité C de sa batterie et de l'intensité moyenne I du courant qu'elle débite en usage normal.

On estime que $T = 0,7 \times \frac{C}{I}$.

Calculer l'autonomie T , en heures, de ce smartphone au cours de l'un des 300 premiers cycles de charge.

2. On considère qu'après 300 cycles de charge, l'autonomie de la batterie diminue de 1 % à chaque nouveau cycle de charge.

Pour tout entier naturel n , on note T_n l'autonomie, en heures, de la batterie au bout de « 300 + n » cycles de charge.

On admet que $T_0 = 42$.

- a. Calculer T_1 et T_2 . Interpréter les résultats.

- b. Exprimer T_{n+1} en fonction de T_n ;

- c. Justifier que $T_n = 42 \times 0,99^n$.

3. Un utilisateur souhaite déterminer à partir de combien de cycles de charge l'autonomie de la batterie aura diminué de moitié par rapport à son état initial.

- a. On propose l'algorithme suivant pour déterminer le nombre de cycles de charge correspondant.

Variables
 n : nombre entier naturel
 T : nombre réel
 q : nombre réel
Initialisation
 n prend la valeur 0
 T prend la valeur 42
 q prend la valeur 0,99
Traitement
Tant que
 T prend la valeur
 n prend la valeur
Fin Tant que
Sortie
Afficher $n + 300$

Recopier et compléter la partie relative au traitement.

- b. Déterminer à partir de combien de cycles de charge l'autonomie de la batterie aura diminué de moitié par rapport à son état initial.

4. Lorsque l'autonomie de la batterie devient inférieure à 5 heures, on estime qu'elle ne permet plus un usage normal du smartphone. Le nombre de cycles de charge correspondant est alors appelé durée de vie de la batterie. Déterminer la durée de vie de cette batterie.



Ex 14 Population de renard (Tiré du Bac Polynésie 2017)

Dans un parc régional, on étudie une espèce de renards. Cette population était de 1240 renards à la fin de l'année 2016.

On modélise par u_n le nombre de renards dans le parc régional à la fin de l'année $2016 + n$. On a donc $u_0 = 1240$.

On estime à 15% par an la baisse du nombre u_n .

On suppose que cette évolution restera identique pour les années à venir.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

Partie A

1. Montrer qu'à la fin de l'année 2017, la population de renards sera de 1054.

2.

a. Donner la valeur de u_1 puis calculer u_2 .

b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

c. En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser ses éléments caractéristiques.

3. Déterminer une estimation du nombre de renards présents dans le parc régional à la fin de l'année 2020.

4. Déterminer la limite de la suite (u_n) . Comment interpréter ce résultat ?

5. Des scientifiques considèrent que l'espèce des renards présents dans le parc sera en situation d'extinction à partir du moment où le nombre de renards deviendra strictement inférieur à 100.

À partir de quelle année l'espèce de renards présents dans le parc sera-t-elle en situation d'extinction ?

Partie B

Afin de préserver l'espèce, on décide d'introduire à chaque année 30 renards à partir de la fin de l'année 2017.

On note v_n le nombre de renards présents dans le parc à la fin de l'année $2016 + n$.

On a $v_0 = 1240$.

1. Calculer v_1 .

2. Dans cette question, toute trace de réponse cohérente sera prise en compte.

On admet que pour tout entier naturel n on a : $v_n = 200 + 1040 \times 0,85^n$.

Que pensez-vous de l'affirmation suivante : « Le nombre de renards va diminuer et se stabiliser vers 200 ».

Ex 15 Aquarium (Tiré du Bac Métropole 2018)

Après son installation, un lundi matin, un aquarium contient 280 litres d'eau et des poissons. Par évaporation, le volume d'eau dans l'aquarium diminue de 2% par semaine. Compte tenu du nombre de poissons, cet aquarium doit contenir en permanence au minimum 240 litres d'eau.

Partie A

1. Quel volume d'eau restera-t-il dans l'aquarium au bout d'une semaine ?

2. Est-il vrai qu'au bout de deux semaines, exactement 4% du volume d'eau initial se seront évaporés ? Justifier.

3. Déterminer au bout de combien de semaines le volume d'eau dans l'aquarium deviendra insuffisant.

Partie B

On ajoute chaque lundi matin, en une seule fois, 5 litres d'eau pour compenser l'évaporation hebdomadaire de 2%.

On note u_0 le volume initial d'eau en litres dans l'aquarium. Ainsi $u_0 = 280$.

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on note u_n le volume d'eau dans l'aquarium, en litres, n semaines après son installation, immédiatement après l'ajout hebdomadaire des 5 litres d'eau.

1. Vérifier que $u_2 = 278,812$.

2. Justifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,98 u_n + 5$.

3. Montrer que la suite (u_n) n'est pas géométrique.

4. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel k désigne un nombre entier naturel et U un nombre réel.

```

U ← 280
Pour k allant de 1 à ...
    U ← ...
Fin Pour
  
```

a. Recopier et compléter l'algorithme pour qu'à la fin de son exécution, la variable U contienne u_6 .

b. Quel est le volume d'eau dans l'aquarium, en litres à 10^{-2} près, 6 semaines après son installation immédiatement après l'ajout hebdomadaire des 5 litres d'eau.

5. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 250$. On admet que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,98.

a. Calculer v_0 .

b. Exprimer v_n en fonction de n .

c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 30 \times 0,98^n + 250$.

d. Justifier que la préconisation concernant le volume d'eau dans l'aquarium est respectée.

Ex 16 Panneaux photovoltaïques (Tiré du Bac Nouvelle Calédonie 2014)

Au 1^{er} janvier 2014, un particulier installe 20 m² de panneaux photovoltaïques à son domicile. Pour estimer la rentabilité de cette installation, il utilise la documentation suivante :

En France 1 m² de panneaux photovoltaïques correctement orientés produit environ 95 kWh/an.
La première année, une installation produit effectivement cette quantité et on estime que la perte de rendement est de 3 % par an.
La rentabilité financière est assurée à partir du moment où la quantité totale d'énergie produite depuis le début de l'installation dépasse 20 000

Pour tout entier $n \geq 0$, on note u_n la quantité d'énergie produite par l'installation durant l'année 2014 + n .

Partie A

1. a. Déterminer la quantité d'énergie produite en 2014 et la quantité d'énergie produite en 2015.
b. Vérifier que $u_{n+1} = 0,97 \times u_n$ pour tout entier naturel n .
2. Quelle estimation, à la dizaine de kWh près, peut-on donner de la quantité d'énergie produite en 2044 ?
3. Que devient la quantité d'énergie produite annuellement au bout d'un grand nombre d'années ?
4. En quelle année l'installation aura perdu plus de la moitié de son rendement ?

Partie B

On considère l'algorithme ci-dessous :

```

1  VARIABLES
2  u EST_DU_TYPE NOMBRE
3  S EST_DU_TYPE NOMBRE
4  n EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DÉBUT ALGORITHME
6  n PREND_LA_VALEUR 0
7  u PREND_LA_VALEUR 1900
8  S PREND_LA_VALEUR 1900
9  TANT_QUE (S < 20000) FAIRE
10 DÉBUT_TANT_QUE
11  n PREND_LA_VALEUR n + 1
12  u PREND_LA_VALEUR u × 0,97
13  S PREND_LA_VALEUR S + u
14 FIN_TANT_QUE
15 AFFICHER n
16 FIN_ALGORITHME

```

1. a. À quoi sert la ligne 8 ?
b. La valeur affichée en exécutant cet algorithme est 12. Que signifie ce résultat ?
2. On estime que la durée de vie de l'installation sera d'environ 25 ans.
Calculer $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{24}$ et interpréter le résultat.

Ex 17 Chiffre d'affaire (Tiré du Bac Polynésie 2015)

L'efficacité énergétique (valorisation des déchets, efficacité des éclairages, domotique dans les habitations ...) devient une priorité pour les industriels, les collectivités locales et les usagers.

À l'échelle européenne, le marché des services énergétiques devrait croître de 5 % par an. En 2014, le fournisseur d'énergie ENERGIA a réalisé un chiffre d'affaires de 920 millions d'euros dans les services énergétiques.

- Les résultats seront arrondis au million d'euros près -

1. Déterminer le chiffre d'affaires que devrait réaliser le fournisseur ENERGIA dans les services énergétiques pour l'année 2015.

On suppose que dans les prochaines années, la tendance va se poursuivre.
Notons C_n le chiffre d'affaires, en million d'euros, réalisé par le fournisseur ENERGIA dans les services énergétiques pour l'année 2014 + n .

2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n .
En déduire la nature de la suite (C_n) et donner ses éléments caractéristiques.
3. Exprimer C_n en fonction de n .
4. a. Calculer la valeur du chiffre d'affaires en 2019.
b. Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires de 2014 à 2019 ?
On donnera le résultat sous la forme $p\%$, où p est arrondi à 10^{-1} .
5. On veut déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires du fournisseur ENERGIA réalisé dans les services énergétiques va doubler.

- a. On considère l'algorithme ci-dessous.
Recopier et compléter les lignes 8 et 13 afin que cet algorithme réponde à la question posée.

```

1/ Variables
2/ N : un nombre entier naturel
3/ C : un nombre réel
4/ Initialisation
5/ Affecter à N la valeur 0
6/ Affecter à C la valeur 920
7/ Traitement
8/ Tant que .....
9/   Affecter à N la valeur N+1
10/   Affecter à C la valeur C * 1,05
11/ Fin Tant que
12/ Sortie
13/ Afficher .....

```

- b. En faisant tourner cet algorithme complété, déterminer l'année à partir de laquelle le chiffre d'affaires du fournisseur ENERGIA réalisé dans les services énergétiques dépassera les 1 840 millions d'euros.
- c. Proposer une méthode plus directe pour répondre à la question précédente par le calcul.
6. Après avoir effectué une analyse du marché, on prévoit plutôt une hausse annuelle de 10 % du marché des services énergétiques à l'échelle européenne. Déterminer l'année à partir de laquelle le chiffre d'affaires va doubler.

Ex 18 Chlore (Tiré du Bac Métropole 2016)

Un centre de vacances possède une piscine de 600 m^3 soit 600 000 litres. L'eau du bassin contient du chlore qui joue le rôle de désinfectant. Toutefois le chlore se dégrade et 25% de celui-ci disparaît chaque jour, en particulier sous l'effet des ultra-violets et de l'évaporation. Le 31 mai à 9 h, le responsable analyse l'eau du bassin à l'aide d'un kit distribué par un magasin spécialisé.

Le taux de chlore disponible dans l'eau est alors de 1,25 mg/L (milligrammes par litre).

Document

Réglementation des piscines publiques		
Paramètres contrôlés	Seuils de qualité réglementaire	Incidences sur la qualité de l'eau
Présence de Chlore	Au minimum 2 mg/L	< 2 mg/L : sous chloration Risque de prolifération bactérienne dans l'eau
	Au maximum 4 mg/L	> 4 mg/L : surchloration Irritation de la peau

Source : Agence Régionale de Santé

À partir du 1^{er} juin pour compenser la perte en chlore, la personne responsable de l'entretien ajoute, chaque matin à 9 h, 570 g de chlore dans la piscine.

Pour le bien-être et la sécurité des usagers, le responsable souhaite savoir si cet apport journalier en chlore permettra de maintenir une eau qui respecte la réglementation donnée par l'Agence Régionale de Santé pour les piscines publiques.

Partie A

1. Pour tout entier naturel n on note u_n la quantité de chlore disponible, exprimée en grammes, présente dans l'eau du bassin le $n^{\text{ième}}$ jour suivant le jour de l'analyse, immédiatement après l'ajout de chlore. Ainsi u_0 est la quantité de chlore le 31 mai à 9 h et u_1 est la quantité de chlore le 1^{er} juin à 9 h après l'ajout de chlore.

- Montrer que la quantité de chlore, en grammes, présente dans l'eau du bassin le 31 mai à 9h est $u_0 = 750$.
Au regard des recommandations de l'agence régionale de santé, le responsable pouvait-il donner l'accès à la piscine le 31 mai ?
- Montrer que $u_1 = 1132,5$.
- Justifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,75u_n + 570$
- La suite (u_n) est-elle géométrique ?

2. Soit l'algorithme ci-dessous :

Variables
u : un nombre réel
N : un nombre entier naturel
k : un nombre entier naturel
Initialisation
Saisir la valeur de N
Initialisation
u prend la valeur 750
Traitement
Pour k allant de 1 à N
u prend la valeur $0,75u + 570$
Fin du Pour
Sortie
Afficher u

- Quel est le rôle de cet algorithme ?
- Recopier et compléter le tableau suivant, par des valeurs exactes, en exécutant cet algorithme « pas à pas » pour $N = 3$:

Variables	Initialisation	Etape 1	Etape 2	Etape 3
u	750	1132,5		

Au regard des recommandations de l'agence régionale de santé, au bout de combien de jours la piscine peut-elle être ouverte ?

- Calculer une valeur approchée à 10^{-3} près de la quantité de chlore le 15^{ième} jour juste après l'ajout de chlore.

Partie B

Au fil du temps, la quantité de chlore évolue. On note d_n l'écart de quantité de chlore d'un jour à l'autre en grammes. Pour tout entier naturel n , on a $d_n = u_{n+1} - u_n$.

- Calculer d_0 , d_1 et d_2 . On donnera une valeur exacte.
 - Justifier que d_0 , d_1 et d_2 semblent être les termes d'une suite géométrique.
- Vérifier que $u_{n+1} - u_n = -0,25u_n + 570$.
- On admet que pour tout entier naturel n , on a $d_{n+1} = 0,75d_n$.
 - Justifier que $d_n = 382,5 \times 0,75^n$.
 - En déduire que pour tout entier naturel n , on a $u_n = 2280 - 1530 \times 0,75^n$.
 - Déterminer la limite de la suite (u_n) . Interpréter le résultat trouvé.



Ex 19 Véhicules particuliers et utilitaires (Tiré du Bac Métropole 2016)

Le parc de véhicules particuliers (VP) et de véhicules utilitaires légers (VUL) circulant en France est essentiellement constitué de véhicules thermiques (principalement essence, gazole et GPL).

Pour lutter contre la pollution, il intègre de plus en plus de véhicules à « faible émission de CO₂ » c'est à dire des véhicules hybrides (véhicules thermiques assistés d'un moteur électrique) et des véhicules électriques.

Document 1

Au regard du parc et des ventes de véhicules en 2010, l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie) a mobilisé ses services techniques et économiques en 2012, afin d'élaborer des visions énergétiques. Afin de répondre aux enjeux environnementaux, l'ADEME prévoit d'atteindre pour le parc 2030 un taux moyen d'émission de CO₂ par véhicule de 100 g/km.

Ventes et prévisions				
Véhicules (VP-VUL)	Ventes 2010	Parc 2010	Prévisions ventes 2030	Prévisions parc 2030
Véhicules thermiques	100 %	100 %	64 %	89 %
Véhicules hybrides	0 %	0 %	24 %	7 %
Véhicules électriques	0 %	0 %	12 %	4 %
Total des voitures VP et VUL	2,2 millions	35 millions	2 millions	35 millions
Emission moyenne de CO ₂ par véhicule	127 g/km	165 g/km	49 g/km	100 g/km

Document 2

Ventes nationales de véhicules entre 2011 et 2013			
Véhicules (VP-VUL)	Ventes 2011	Ventes 2012	Ventes 2013
Véhicules hybrides	13 600	27 730	41 340
Véhicules électriques	4313	9314	13 954
Total des ventes y compris véhicules thermiques	2 204 065	1 898 872	1 790 000

Partie A

- Selon les prévisions de l'ADEME, quel serait en 2030 le nombre de véhicules hybrides vendus ?
- Selon les prévisions de l'ADEME, quel serait en 2030 le pourcentage de véhicules à faible émission de CO₂ dans le parc automobile ?

Partie B

- Le tableau suivant est incomplet. Déterminer le pourcentage d'augmentation des ventes de véhicules hybrides de 2012 à 2013.

Véhicules VP et VUL	Augmentation des ventes de véhicules	
	de 2011 à 2012	de 2012 à 2013
Véhicules hybrides	103,9 %	---
Véhicules électriques	116 %	49,8 %

- Après un fort démarrage des ventes de véhicules hybrides, les professionnels de l'automobile envisagent une augmentation de leurs ventes de 16 % par an de 2013 à 2030. Le nombre de véhicules hybrides vendus en 2013 est de 41 340.

On décide de modéliser les ventes annuelles de véhicules hybrides par une suite géométrique de raison 1,16.

On note u_n le nombre de véhicules hybrides vendus durant l'année 2013 + n .

- Donner u_0 .
- Exprimer u_n en fonction de n .
- L'augmentation de 16 % par an des ventes de véhicules hybrides permettrait-elle d'atteindre la prévision de l'ADEME pour l'année 2030 ?

- Les professionnels de l'automobile s'intéressent aussi aux ventes de véhicules électriques de 2013 à 2030.

Le nombre de véhicules électriques vendus en 2013 est de 13 954.

- On réalise sur tableur une feuille de calcul qui détermine le nombre de véhicules électriques vendus de 2013 à 2030 en supposant une augmentation annuelle de 16 % à partir de 2013.

	A	B
	Année	Prévisions des ventes de voitures électriques
1		
2	2013	13954
3	2014	16186,64
4	2015	18776,5024
5	2016	21780,74278
6	2017	25265,66163
7	2018	29308,16745
8	2019	33997,47429
9	2020	39437,07017
10	2021	45747,0014
11	2022	53066,52163
12	2023	61557,16509
13	2024	71406,3115
14	2025	82831,32134
15	2026	96084,33276
16	2027	111457,826
17	2028	129291,0782
18	2029	149977,6507
19	2030	173974,0748

Donner la formule saisie dans la cellule B3 de la feuille de calcul ci-dessus pour compléter le tableau par « recopie vers le bas ».

- Ce taux d'augmentation annuel permettrait-il d'atteindre les prévisions de l'ADEME des ventes de véhicules électriques en 2030 ?

- Les professionnels de l'automobile cherchent un pourcentage d'augmentation annuelle des ventes de véhicules électriques qui permettrait d'atteindre les prévisions de l'ADEME en 2030.

On considère l'algorithme suivant :

Variables
u : un nombre réel
q : un nombre réel
Initialisation
Affecter à u la valeur 173 974
Affecter à q la valeur 1,16
Traitement
Tant que $u \leq 240\,000$
q prend la valeur $q + 0,01$
u prend la valeur $13\,954 \times q^{17}$
Fin Tant que
Sortie
Afficher $(q - 1) \times 100$

- Que représente la valeur 173 974 prise par la variable u dans l'initialisation de l'algorithme ?
- Faire fonctionner cet algorithme. Pour cela reproduire et compléter le tableau ci-dessous. Des lignes supplémentaires pourront être ajoutées.

Etapas de l'algorithme	Variables	
	q	u
Initialisation	1,16	173 974
Etape 1	---	---
Etape 2	---	---
...	---	---

- Quelle est la valeur affichée par l'algorithme ? Interpréter le résultat.



Ex 20 Climatiseur (Tiré du Bac Métropole 2017)

La climatisation d'un véhicule automobile est un système qui a une double fonction, refroidir ou réchauffer l'habitacle. Ce système fonctionne grâce à une certaine masse de gaz réfrigérant stocké dans un réservoir.

On suppose que, par défaut d'étanchéité, le système perd naturellement 0,1 gramme de ce gaz chaque jour.

Un automobiliste possède un véhicule pour lequel la masse de gaz dans le réservoir est initialement de 660 grammes.

Partie A

Le constructeur préconise de recharger le réservoir lorsque la masse de gaz est inférieure à 440 grammes.

Au bout de combien de jours le constructeur préconise-t-il à l'automobiliste de recharger ce réservoir ?

Partie B

Lors d'une visite d'entretien, le garagiste signale à l'automobiliste que le système de climatisation de son véhicule présente une baisse significative de masse de gaz : en plus de la perte naturelle de 0,1 gramme, le système perd 1% de sa masse de gaz chaque jour.

Le garagiste recharge alors complètement le réservoir.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la masse de gaz dans le réservoir au bout de n jours après cette visite.

On a donc $u_0 = 660$ et on admet que pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,99u_n - 0,1$.

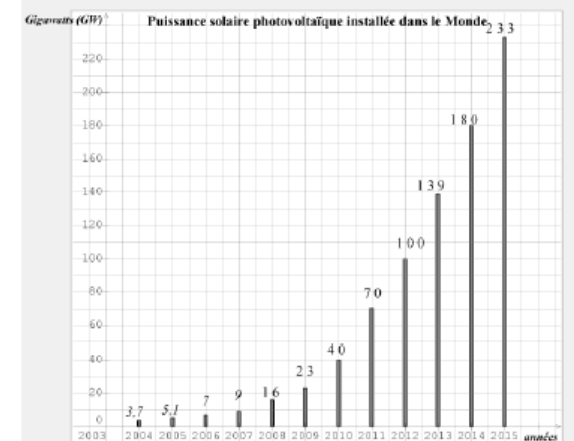
- Calculer u_1 et u_2 .
- Voici un algorithme qui, lorsque l'on saisit un nombre N non nul de jours écoulés, calcule et affiche la masse de gaz restant dans le système.

Variables	
N :	un nombre entier naturel
k :	un nombre entier naturel
u :	un nombre réel
Entrée	
Saisir N	
Initialisation	
u prend la valeur 660	
Traitement	
Pour k allant de 1 à ...	
u prend la valeur ...	
Fin pour	
Sortie	
Afficher u	

- Recopier et compléter la partie relative au **traitement** de cet algorithme.
 - Quelle masse de gaz restera-t-il au bout de 20 jours ? Arrondir au gramme près.
3. Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n + 10$.
- Calculer v_0 .
 - On admet que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,99. Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .
 - En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n = 670 \times 0,99^n - 10$.
 - À l'aide de cette expression, vérifier le résultat obtenu à la question 2.b.
4. On rappelle que le constructeur préconise de recharger le réservoir au plus tard lorsque la masse de gaz est inférieure à 440 g. Le coût d'une recharge est de 80 euros. Le garagiste propose de réparer le système pour 400 euros. Pourquoi est-il plus économique pour cet automobiliste de réparer le système ? Justifier la réponse.

Ex 21 Energie photovoltaïque (Tiré du Bac Polynésie 2016)

L'énergie photovoltaïque voit son coût baisser de façon importante depuis plusieurs années, ce qui engendre une croissance forte de ce secteur. L'évolution de la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde entre fin 2004 et fin 2015 est résumée dans le graphique ci-dessous :



- Calculer les pourcentages d'augmentation annuels entre 2013 et 2014 ainsi qu'entre 2014 et 2015 (arrondir à 10^{-1}).

- On se propose d'estimer la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde dans les 15 ans à venir, si le taux de croissance annuel reste constant et égal à 30 %.

On note P_n la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde, en GW, à la fin de l'année $2015 + n$. On a ainsi $P_0 = 233$.

- Calculer P_1 puis P_2 (arrondir à 10^{-1}).
- Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n .
- En déduire la nature de la suite (P_n) et donner ses éléments caractéristiques.
- Exprimer P_n en fonction de n .
- Calculer la puissance solaire photovoltaïque, en GW, installée dans le monde fin 2025 (arrondir à l'unité).
- Quel est le pourcentage global d'augmentation de cette puissance solaire mondiale entre 2015 et 2025 (arrondir à l'unité) ?

- On veut déterminer l'année durant laquelle la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde atteindrait 16 000 GW. Pour atteindre cette puissance, les panneaux photovoltaïques occuperaient au sol l'équivalent d'un carré de 400 km de côté et suffiraient pour produire toute l'électricité consommée dans le monde (consommation domestique, industrielle et des transports).

- On considère l'algorithme ci-dessous.

Recopier et compléter les lignes 3 et 7 afin que cet algorithme réponde à la question posée.

```

1/ Affecter à N la valeur 0
2/ Affecter à P la valeur 233
3/ Tant que ...
4/   Affecter à N la valeur N+1
5/   Affecter à P la valeur P × 1,30
6/ Fin Tant que
7/ Afficher ...

```

- En faisant tourner cet algorithme complété, déterminer l'année durant laquelle la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde dépasserait 16 000 GW.
- Proposer une autre méthode, directe et non algorithmique, pour répondre à la question précédente en détaillant la démarche utilisée.

Ex 22 Agriculture biologique (Tiré du Bac Antilles-Guyanne 2016)

Par souci de santé, d'environnement ou simplement pour le plaisir du goût, l'alimentation biologique s'invite de plus en plus dans les assiettes des français. Deux fermes auvergnates décident de se convertir dans la production biologique.

Partie A

En 2015, la ferme *Bernard* décide de cultiver 2 hectares selon le mode de production biologique et d'augmenter cette surface de production de 20% par an les années suivantes.

On note S_n la surface, en hectare, cultivée selon le mode de production biologique, durant l'année « 2015 + n ».

1. Quelle sera la surface cultivée en hectare selon le mode de production biologique durant l'année 2016, puis durant l'année 2017 ?
2. Quelle est la nature de la suite (S_n) ? Justifier.
3. Exprimer S_n en fonction de n .
4. La ferme *Bernard* dispose d'une surface de 10 hectares. Durant quelle année la totalité de la ferme sera cultivée selon le mode de production biologique ? Justifier par le calcul.

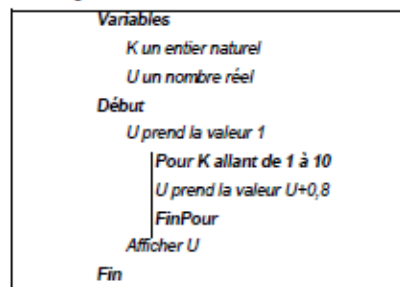
Partie B

En 2015, la ferme *Dupont* décide de cultiver 1 hectare, selon le mode de production biologique et d'augmenter cette surface de 0,8 hectare par an.

On note u_n la surface cultivée selon le mode de production biologique, durant l'année « 2015 + n », exprimée en hectare.

La production biologique impose aux sols un temps de repos pour se reconstituer. La ferme *Dupont* dispose d'une surface de 18 hectares. Afin de garder un certain bénéfice, la ferme *Dupont* limite sa production biologique à 70% de la surface totale de la ferme chaque année.

On considère l'algorithme suivant :



1. Tester cet algorithme. Pour cela on recopiera et complètera le tableau suivant donnant les valeurs de K et U :

Valeur de K		1	...
Valeur de U	1	...	...

2. Quelle est la valeur finale affichée par cet algorithme ? À quoi correspond-elle ?
3. La limite fixée par la production biologique est-elle atteinte pour cette année-là ?
4. Réécrire l'algorithme afin qu'il affiche l'année à partir de laquelle la limite imposée par une production biologique sera atteinte.

Ex 23 Kiosque numérique (Tiré du Bac Nouvelle-Calédonie 2017)

Un kiosque numérique propose des magazines consultables sur tablette. Il avait 4 000 abonnés lors de son lancement.

Une étude commerciale montre que chaque année le taux de réabonnement est voisin de 70 % et que le nombre de nouveaux abonnés est d'environ 6 000.

1. Déterminer le nombre d'abonnés une année après le lancement.
2. Déterminer de même le nombre d'abonnés deux années après le lancement.
3. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un entier naturel. u est un réel.
Initialisation :	Affecter à u la valeur 4 000 Affecter à n la valeur 0
Traitement :	Tant que $n < 2$ u prend la valeur $\frac{7}{10}u + 6000$ n prend la valeur $n + 1$
Sortie :	Afficher u .

Quel est le résultat affiché par cet algorithme ?

4. Modifier l'algorithme pour afficher le nombre d'années à partir duquel il y aura plus de 15 000 abonnés.
5. Soit la suite (a_n) définie par :

$$a_0 = 4 \text{ et pour tout } n > 0, a_{n+1} = \frac{7}{10}a_n + 6.$$

Quel lien peut-on établir entre cette suite et le nombre d'abonnés au kiosque numérique ?

6. Soit (b_n) la suite définie pour tout entier n par : $b_n = 20 - a_n$.
On admet que la suite (b_n) est une suite géométrique de raison $\frac{7}{10}$.
Exprimer a_n en fonction de n .
7. D'après ce modèle peut-on envisager de dépasser les 30 000 abonnés ? Expliquer la démarche suivie.