

Variables aléatoires - Activités

Activité 1 : (Machine à sous)

Une machine à sous fonctionne de la manière suivante : On insère une pièce de 1€ dans la machine, le rouleau de la machine tourne et on obtient une combinaison de 3 images de fruits.

Il y a 10 images de fruits différentes (banane, raisin, pomme, poire, cerise, fraise, framboise, ananas, orange, kiwi). On gagne 20€ lorsque l'on obtient 3 fruits identiques, 2€ lorsque l'on obtient 2 fruits identiques et sinon on perd notre mise.



On note X le gain du joueur sur une partie.

- 1) a. Justifier que X est une variable aléatoire.
b. Quels sont les valeurs possibles pour X ?
- 2) a. Combien y a-t-il de combinaisons possibles ?
b. Calculer la probabilité d'obtenir 3 fruits identiques.
c. Calculer la probabilité d'obtenir 2 fruits identiques.
d. Calculer la probabilité de ne pas obtenir de fruits identiques.
- 3) a. Compléter le tableau suivant :

Gains			
Probabilités			

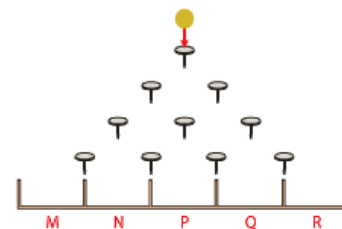
Ce tableau représente ce qu'on appelle **la loi de probabilité** de X . Il précise avec quelle probabilité la variable prend telle valeur.

- b. Calculer $P(X \geq 0)$ puis interpréter le résultat.
- c. Que se passe-t-il si l'on effectue la somme des probabilités du tableau ?
- 4) Nous allons maintenant simuler cette expérience aléatoire à l'aide d'un tableur. Dans la plage de cellule E2 : I4 on calcule le nombre et la fréquence des parties où le joueur perd 1€, gagne 1€ ou gagne 19€. Comparer les fréquences obtenues avec les probabilités théoriques.
- 5) On souhaite maintenant savoir combien gagne (ou perd) t-on en moyenne par partie.
 - a. A l'aide de la simulation et des fonctions du tableur estimer le gain moyen du joueur par partie. Ce nombre est appelé **espérance** de la variable X et noté $E(X)$. C'est la valeur moyenne de X lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois. Il correspond à ce que le joueur peut « espérer » gagner par partie.
 - b. Retrouver par le calcul le gain moyen du joueur.



Activité 2 (Planche de Galton) :

Lorsque la bille tombe sur un clou elle a autant de chance d'aller à gauche qu'à droite. On lâche la bille jaune sur le premier clou et on s'intéresse au chemin qu'elle effectue jusqu'au casiers M, N, P, Q, et R.



- 1) La boule effectue le chemin suivant $GDDG$. Dans quel casier terminera-t-elle sa course ?
- 2) Quels sont les chemins qui mènent à chaque casier ?

Casier M	Casier N	Casier P	Casier Q	Casier R
$GGGG$				

- 3) Modéliser la planche de Galton à l'aide d'un arbre pondéré.
- 4) On note $\binom{4}{k}$ le nombre de chemin(s) où la boule est allée exactement k fois à gauche.

Compléter : $\binom{4}{0} = \quad \binom{4}{1} = \quad \binom{4}{2} = \quad \binom{4}{3} = \quad \binom{4}{4} =$

- 5) En déduire la probabilité pour une bille d'arriver dans chacun des casiers.

Activité 3 (Triangle de Pascal) :

On considère le tableau ci-dessous. Les « 1 » qui sont placés dans ce tableau délimitent un « triangle » que nous allons compléter avec des nombres de la façon suivante : Chaque nombre du triangle s'obtient en additionnant deux nombres de la ligne précédente : Celui du dessus avec celui de la colonne précédente.

1									
1	1								
1		1							
1			1						
1				1					
1					1				
1						1			
1							1		
1								1	
1									1

- 1) Compléter le tableau ci-dessus.
- 2) Faites le lien entre la 5^{ème} ligne du tableau et les valeurs trouvés lors de l'activité 4.
- 3) A l'aide du tableau déterminer les coefficients $\binom{3}{2}$; $\binom{5}{3}$; $\binom{9}{5}$; $\binom{10}{4}$.
- 4) On considère une planche de Galton à 8 étages de clous.

Quelle est la probabilité que la bille tombe dans le casier du milieu ?

